

Estudo de Cálculo e Geometria: Calculando Comprimento de Curvas usando um Produto Escalar de Randers.

Orientando: Lurian Caetano David (CEPAE-UFG)

Orientador: Prof. Dr. Marcelo Almeida de Souza (IME-UFG)

Resumo

O objetivo principal deste trabalho é estabelecer o cálculo do comprimento de curvas usando o produto escalar desenvolvido por Randers, a partir de um estudo dirigido, e utilizando como suporte à fundamentação teórica vídeo-aulas a cerca da Geometria Analítica. A geometria analítica e o cálculo, que juntas dão origem à Geometria Diferencial, têm suma importância no conhecimento científico atual e como temas essenciais deste projeto, algumas definições e associações precisam ser destacadas para se alcançar o objetivo final. Inicialmente temos um plano de eixos x e y contido em \mathbb{R}^2 , e uma reta (r) que corta os pontos $P_0(x_0, y_0)$ e $P_1(x_1, y_1)$. Temos que a equação da reta r , *não vertical*, é: $y=mx+k$, sendo $m= \frac{y_1-y_0}{x_1-x_0} = \frac{\Delta y}{\Delta x} (=tg\theta)$, onde este é o ângulo entre a reta e o eixo das abscissas). A partir disto vemos a noção de Taxa Média: $\frac{\Delta y}{\Delta x}$, mas fazendo $\Delta x \rightarrow 0$ obtemos a chamada Taxa Instantânea $df(x)dx = \Delta y \Delta x$, e se no caso y =espaço e x = tempo, obtêm-se a velocidade (taxa) instantânea. Sendo V um espaço vetorial real: Produto Interno (P.I.) ou Produto Escalar é uma função que a cada par V_1 e V_2 , se associa um número Real $\langle V_1, V_2 \rangle$. Para considerar um P.I. este deve obedecer a quatro propriedades. Assim, se $v \in \mathbb{R}^2$:

$\|v\|^2 = (x-0)^2 + (y-0)^2 = x \cdot x + y \cdot y = \langle (x, y), (x, y) \rangle = \langle v, v \rangle$. De onde observamos que a distância (euclidiana) do ponto (x, y) à origem $(0, 0)$ é dada por um produto escalar (euclidiano).

Sendo duas matrizes quadradas A e B pode-se calcular o Produto Interno destas matrizes a partir do traço, da segunda matriz transposta.