Projeto de conversões em malha viária urbana

Daniel Carvalho Sodré DUARTE*
Hugo A. Dantas do NASCIMENTO†
Les FOULDS‡
Humberto LONGO‡
Instituto de informática
Universidade Federal de Goiás
Goiânia – GO

{danielduarte,hadn,lesfoulds,longo}@inf.ufg.br

Palavras chave: conversões, malha viária, programação linear.

1 Introdução

Uma malha viária pode ser modelada como um grafo e as ruas e cruzamentos, como arcos e nós, respectivamente. A cada arco é atribuída uma função de custo (ou tempo) de travessia que cresce de forma não linear à proporção que mais carros usam a via. Quanto maior o fluxo, maior o tempo de travessia do arco, o que o torna uma alternativa menos interessante para os usuários da rede.

O tempo total de ocupação da malha pelos motoristas é obtido através do cálculo do equilíbrio do usuário (EU). Para isso, parte-se da premissa de que todo motorista escolhe o caminho mais rápido entre sua Origem e Destino (par OD) a fim de melhorar exclusivamente o seu tempo individual de deslocamento. A partir de um conjunto de pares OD, a serem percorridos, são atribuídos fluxos nos arcos da rede até que estes entrem em equilíbrio, o que acontece quando duas condições são satisfeitas para cada par OD [7]:

- duas ou mais rotas percorridas entre um par OD devem ter o mesmo custo (tempo de travessia); e
- nenhum motorista é capaz de melhorar o seu tempo de viagem fazendo uso de uma rota alternativa.

Considere um grafo representativo de uma malha viária, com dois subconjuntos de arcos: um representando as conversões permitidas nos cruzamentos das vias e outro, as conversões proibidas. O problema de projeto de conversões (*TDP – Turning*

*Aluno de Mestrado.

†Professor Orientador. Bolsa de produtividade em pesquisa do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPQ.

‡Professor Co–Orientador.

Design Problem) consiste em descobrir quais conversões existentes devem ser proibidas e quais restrições de conversões devem ser permitidas de modo a minimizar o congestionamento do tráfego, ou seja, o tempo total de ocupação de todos os usuários da rede em um determinado intervalo de tempo. Tal problema é uma variante do problema de projeto de restrição de conversões (*TRDP – Turning Restriction Design Problem*), por considerar também a inclusão de novas conversões. Ambos os problemas são especializações do problema de projeto de rede (*NDP – Network Design Problem*).

Os projetos de melhoria de uma rede viária podem abranger desde a eliminação ou inclusão de sentidos de vias, passando pela otimização de tempos de semáforos [3], até a construção de novas estruturas de trânsito, como ruas, viadutos e trincheiras. No NDP [2, 4], o objetivo é escolher um subconjunto a partir de uma gama de possíveis projetos de infraestrutura. O benefício que um projeto imprime no fluxo da rede depende de quais outros foram escolhidos, e a introdução desses na malha viária gera um benefício máximo, desde que a soma dos custos de implantação dos mesmos seja menor do que um orçamento pré-determinado.

Como o critério de melhoria do tráfego é o nível de congestionamento da malha viária, uma vez selecionado um subconjunto de projetos, faz-se necessário realizar uma nova atribuição de tráfego visando aferir a qualidade da nova rede. No entanto, o novo fluxo computado pode, por sua vez, ser passível de melhoria, o que demanda sucessivas iterações entre os modelos de projeto de rede e atribuição de tráfego até que nenhuma melhoria significativa seja encontrada e implantada.

Long et al. [5] abordaram o NDP sob o prisma da restrição de conversões em um trabalho que definiu o TRDP. Esse trabalho propôs um método *branch and bound* baseado no algoritmo de análise sensitiva para encontrar o conjunto de restrições de conversões que provê o melhor ganho na rede. O modelo proposto neste artigo estende esse trabalho ao levar em consideração os custos para implantar as modificações na rede e prever a possibilidade de acrescentar conversões que previamente não existiam, resolvendo assim o TDP.

2 Modelagem do problema

Nesta seção é apresentado o LIPSTUD (*Linear Integer Programming Static TUrning Design*), um modelo para o projeto de conversões baseado em programação linear inteira mista. O objetivo é minimizar o tempo total de ocupação de todos os usuários da rede em um determinado intervalo de tempo, considerando uma malha viária como um grafo direcionado $\mathsf{G} = (\mathsf{N}, \mathsf{A})$, onde os cruzamentos e polos geradores de viagens são representados pelo conjunto N de nós e as ruas, pelos arcos em A.

A notação adotada a seguir é baseada em Sherali et al. [6]. Para cada par (i, j) pertencente a um conjunto OD de pares de nós origem-destino do grafo, representa-se por $\mathsf{T}_{\mathsf{ij}} > 0$ o número de motoristas que desejam ir de i até j. O caminho percorrido entre a origem e o destino é representado por um conjunto $\mathsf{P}_{\mathsf{ij}} = \{\alpha_1, \ldots, \alpha_n\}$ de arcos de A. Seja n_{ij} a quantidade de caminhos distintos entre cada par $(\mathsf{i}, \mathsf{j}) \in \mathsf{OD}$. Dado o valor $\mathsf{k} \in \{1, \ldots, \mathsf{n}_{\mathsf{ij}}\}$, $\mathsf{p}_{\mathsf{ij}}^{\mathsf{k}}$ denota o k-ésimo caminho entre i e j, $\mathsf{C}_{\mathsf{ij}}^{\mathsf{k}}$ o custo de travessia por condutor desse caminho e $\mathsf{x}_{\mathsf{ij}}^{\mathsf{k}}$ a quantidade de motoristas que o atravessam. Considerando $\alpha \in \mathsf{A}$, $\left(\mathsf{p}_{\mathsf{ij}}^{\mathsf{k}}\right)_{\alpha} = 1$ se o arco α estiver presente no caminho $\mathsf{p}_{\mathsf{ij}}^{\mathsf{k}}$, e 0 caso contrário. Cada arco α de A possui ainda uma capacidade u_{α} de carros que podem trafegar pelo mesmo. Essa capacidade pode ser modificada por um fator s_α^β caso um arco β que influencie diretamente em α seja removido ou adicionado. Denota-se por E_α o conjunto de todos os arcos que têm influência direta na capacidade de α, ou seja, $s_\alpha^\beta \neq 0$. Um arco α pode ser incluído ($y_\alpha = 1$) ou removido ($y_\alpha = 0$) de uma malha G caso atenda a uma das condições: α está presente na malha viária original ($\delta_\alpha = 1$) e pertence ao conjunto A_R de arcos removíveis, ou α não faz parte da malha viária original ($\delta_\alpha = 0$) e pertence ao conjunto A_I de arcos passíveis de serem incluídos. Cada inclusão ou remoção de um arco α tem um custo c_α e o total de alterações efetuadas na rede não podem ultrapassar um orçamento B estimado. O modelo resultante é apresentado a seguir:

$$\text{Minimizar} \qquad \sum_{(i,j)\in OD} \sum_{k=1}^{n_{ij}} C_{ij}^k x_{ij}^k; \tag{1}$$

$$\text{sujeito a} \qquad \sum_{k=1}^{n_{ij}} x_{ij}^k = T_{ij}, \qquad \forall\ (i,j) \in OD; \tag{2}$$

$$\sum_{(i,j)\in OD} \sum_{k=1}^{n_{ij}} \left(p_{ij}^k\right)_\alpha x_{ij}^k - \sum_{\beta\in E_\alpha} S_\alpha^\beta \left(\delta_\beta - y_\beta\right) \leqslant u_\alpha y_\alpha, \qquad \forall\, \alpha \in A; \tag{3}$$

$$\sum_{\alpha\in A_I} c_\alpha y_\alpha + \sum_{\alpha\in A_R} c_\alpha \left(1 - y_\alpha\right) \leqslant B; \tag{4}$$

$$x_{ij}^k \geqslant 0, \qquad \forall\ (i,j) \in OD; \ \forall\, k = 1, 2, \ldots, n_{ij}; \tag{5}$$

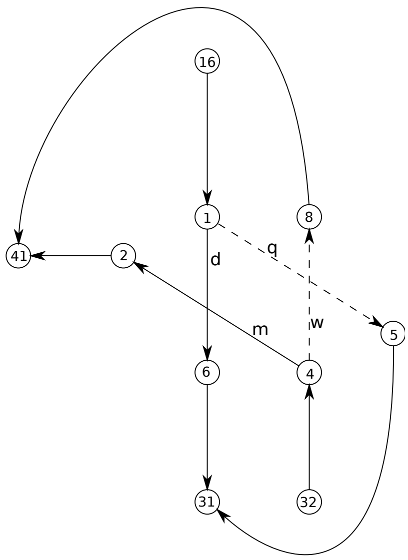
$$y_\alpha \in \{0, 1\}, \qquad \forall\, \alpha \in A_R \cup A_I. \tag{6}$$

Os custos $C_{ij}^1, \ldots, C_{ij}^{n_{ij}}$ dos caminhos $p_{ij}^1, \ldots, p_{ij}^{n_{ij}}$, respectivamente, são calculados através da soma dos custos dos arcos que os compõem. A maneira mais comum de se obter o custo de cada arco α é através de uma função do tipo $t_\alpha(x_\alpha) = \sigma + \beta (x_\alpha)^\gamma$, onde σ, β e γ são constantes e x_α é o fluxo no arco. No presente trabalho, o custo dos caminhos são previamente calculados e fixados no modelo como constantes. Futuramente, far-se-á uso de um módulo de um sistema de modelagem e simulação de tráfego para realizar esse cálculo, iterando o mesmo junto com a otimização das restrições/permissões de conversão.

3 Resultados e discussão

O modelo foi implementado em Java e usa rotinas do software CPLEX [1] para resolução do problema de programação linear mista. O programa resultante foi executado em uma rede hipotética, de tamanho reduzido, a qual é apresentada na Figura 1. Além dos dados descritos na figura, foram fornecidos um orçamento mínimo, um máximo e um valor sobre o qual a dotação poderia variar.

O programa executou iterativamente, partindo do orçamento mínimo e aplicando-lhe a variação a cada iteração. Ao final, coletou-se os resultados dos cálculos para cada orçamento.



$$
\begin{array}{ll}
T_{16,\,31} = 10 & T_{32,\,41} = 5 \\
C^1_{16,\,31} = 61 & C^2_{16,\,31} = 610 \\
C^1_{32,\,41} = 85 & C^2_{32,\,41} = 850 \\
A_R = \{d,\ m\} & A_I = \{q,\ w\} \\
\delta_d = \delta_m = 1 & \delta_q = \delta_w = 0 \\
u_d = u_q = 9 & u_m = u_w = 4 \\
E_d = \{m,\ q,\ w\} & E_m = \{d,\ q,\ w\} \\
E_q = \{d,\ m,\ w\} & E_w = \{d,\ m,\ q\} \\
s^m_d = s^d_m = s^q_w = s^w_q = 1 & \\
c_d = c_m = c_q = c_w = 1 &
\end{array}
$$

Figura 1: Rede viária de teste. Os arcos *d*, *m*, *q* e *w* representam conversões em um cruzamento da malha viária.

O caso de testes foi pensado de forma que obrigasse o modelo a efetuar modificações na rede. Sendo assim, quando $B = 0$, nenhuma alteração pode ser efetivada. Nesse caso, os arcos d e m não sofrem alteração nas suas capacidades, o que limita o fluxo de veículos aos valores $x^1_{16,31} = 9$ e $x^1_{32,41} = 4$, o que não satisfaz à restrição (2), ou seja, as demandas $T_{16,31}$ e $T_{32,41}$ não são atendidas devido às baixas capacidades dos arcos d e m.

Quando $B = 1$, apenas uma alteração pode ser feita na rede, restando somente duas alternativas de melhoria: incluir o arco q, permitindo uma conversão à esquerda, ou incluir o arco w, permitindo que os motoristas sigam em frente. Caso q seja adicionado, a demanda $T_{16,31}$ será atendida, mas $T_{32,41}$ não, incorrendo no cenário previamente exposto. Situação semelhante ocorre se w for introduzido à malha.

No caso em que $B = 2$, o modelo apresenta uma solução viável, uma vez que pelo menos duas mudanças podem ser implementadas na rede. A solução ótima incorpora os arcos q e w à rede, ou seja, $y_q = 1$ e $y_w = 1$, e os veículos fluem da seguinte maneira: $x^1_{16,31} = 7$, $x^2_{16,31} = 3$, $x^1_{32,41} = 2$ e $x^2_{32,41} = 3$. Consequentemente, o valor ótimo da função objetivo é 4977.

Para todos os casos em que $C \geqslant 2$, o sistema produz a mesma solução ótima anteriormente encontrada. No intuito de compelir o modelo a encontrar outras soluções para $C > 2$, substituiu-se a restrição (4) pela seguinte:

$$\sum_{\alpha \in A_I} c_\alpha y_\alpha + \sum_{\alpha \in A_R} c_\alpha \left(1 - y_\alpha\right) = B \tag{7}$$

Como resultado da substituição, quando três ou mais alterações precisam ser feitas na malha viária ($C \geqslant 3$), a configuração da rede resultante é similar aos casos em que $B = 0$ ou $B = 1$, ou seja, não existe solução viável que atenda às demandas de deslocamento de veículos.

4 Conclusões

Este artigo apresentou um método para solucionar o TDP, no qual são consideradas conversões permitidas e proibidas, os custos de alterações na rede e um orçamento disponível para realização de modificações. Foi exposto o LIPSTUD, um modelo de programação linear inteira mista cuja função objetivo minimiza o congestionamento da malha viária modelada. Valores arbitrários foram fixados para os custos dos arcos, a partir dos quais se calculou valores constantes para os custos das rotas. Projetou-se uma rede viária composta de um cruzamento que precisaria de um rearranjo das conversões. Os testes realizados mostraram que é necessária a permissão de duas conversões para obter-se o valor ótimo. O mecanismo de restrição/permissão de conversões é, contudo, um recurso limitado de melhoria da malha viária, uma vez que, a partir de um determinado valor de orçamento, não importando o quanto o mesmo seja aumentado, a solução é sempre a mesma. Ainda que se obrigue o modelo a tentar realizar mais modificações do que as necessárias, essas podem piorar o congestionamento na rede ou até mesmo mostrarem-se inviáveis. Em outras palavras, uma grande quantidade de modificações na malha viária não implica necessariamente em melhoria nas condições de tráfego.

O modelo ainda será adaptado de maneira que possa iterar com um sistema de atribuição de tráfego, levando a uma representação mais fidedigna do fluxo na rede. Também serão realizados testes em redes mais realistas. Os resultados preliminares, no entanto, mostram que a abordagem pode ser utilizada para propor alterações em uma malha viária atual visando a melhoria do fluxo de veículos.

Referências

[1] Ibm ilog cplex optimizer 12.2. http://www.ilog.com/products/cplex. Último acesso em 15/06/2011.

[2] L. R. Foulds. A multi-commodity flow network design problem. *Transportation Research Part B: Methodological*, 15(4):273–283, 1981.

[3] L. R. Foulds. Transyt traffic engineering program efficiency improvement via fibonacci search. *Transportation Research Part A: General*, 20(4):331–335, 1986.

[4] Larry J. Leblanc. An algorithm for the discrete network design problem. *Transportation Science*, 9(3):183, 1975.

[5] Jiancheng Long, Ziyou Gao, Haozhi Zhang, and W.Y. Szeto. A turning restriction design problem in urban road networks. *European Journal of Operational Research*, 206(3):569–578, 2010.

[6] Hanif D. Sherali, Arvind Narayanan, and R. Sivanandan. Estimation of origin-destination trip-tables based on a partial set of traffic link volumes. *Transportation Research Part B: Methodological*, 37(9):815–836, 2003.

[7] J. Wardrop. Some theoretical aspects of road traffic research. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers, Part II*, 1(36):352–362, 1952.