ANÁLISE DA EQUAÇÃO DE LAPLACE E MAPEAMENTO DE UM POTENCIAL ELETROSTÁTICO BI-DIMENSIONAL.

Kelly dos Santos da Conceição [1] (IC-PIBIC), Jose Francisco Martins de Sousa (PQ)[2]

(1) Aluna IFMA Campus Santa Inês/MA, BR 316, SN, CEP – Santa Inês - MA.

(2) Pesquisador IFMA Campus Santa Inês/MA, BR 316, SN, CEP – Santa Inês - MA. e-mail: *jose.sousa@ifma.edu.br

Palavras Chave: *Equações Diferencias Parciais; Equação de Poisson; Equação de Laplace; Método numérico.*

Introdução

A equação de Laplace (caso particular da equação de Poisson)

$$\nabla^2 V = -\rho/\varepsilon_0 \qquad \text{(equação de Poisson)} \qquad (1.0)$$

$$\nabla^2 V = 0 \qquad \text{(equação de Laplace)} \qquad (2.0)$$

é essencial no estudo da eletrostática, na determinação do potencial elétrico (V) numa região onde a densidade de cargas é nula, desde que se conheçam as condições de contorno. Tratar problemas de eletrostática diretamente com campo elétrico torna-se inviável, em parte, pois este é uma grandeza vetorial, enquanto o potencial elétrico é escalar, o que reduz os passos necessários na solução. Na presente pesquisa, fez-se uma análise da equação de Laplace bidimensional em coordenadas retangulares, buscou-se mapear o potencial elétrico na região dentro de calhas e analisar os resultados à luz da teoria da eletrostática.

Resultados e Discussão

As soluções da equação de Laplace foram determinadas, nesta pesquisa, por meio de processos analíticos (método de separação de variáveis) e processos numéricos (método das diferenças finitas). No primeiro, a solução V(x,y) assume um produto de duas funções independentes (daí o nome do método):

$$V(x,y) = X(x)Y(y) \qquad (3.0)$$

No segundo método, fez-se uma aproximação de diferenças finitas (substituindo as derivadas parciais por uma razão de diferenças) para a equação de Laplace, considerando uma calha (grade) retangular, na qual as fronteiras são mantidas a diferentes potenciais.

$$\Delta V = \frac{V_{i+1,j} - V_{i-1,j}}{(\Delta x)^2} + \frac{V_{i,j+1} - 2V_{i,j} + V_{i,j-1}}{(\Delta y)^2} \qquad (4.0)$$

No método das diferenças finitas fez-se uso de recursos computacionais, programas escritos no MATLAB. Os resultados foram obtidos através da resolução de problemas usando métodos analíticos e numéricos (com auxílio computacional), adequando as equações (3.0) e (4.0) para as condições de contorno de cada problema. A seguir tem-se um problema central resolvido durante a pesquisa, usando os dois métodos citados e, a partir deste, é possível solucionar todos os outros.

Deseja-se obter a distribuição do potencial elétrico dentro de uma calha.

O potencial elétrico em um ponto P(x,y) dentro da calha, onde a densidade de carga é nula.

- ❖ Método analítico (separação de variáveis): usando a eq. (3.0) na eq. (2.0) e após ajustes matemáticos, obtém-se o resultado abaixo para a distribuição do potencial dentro da calha.
- ❖ Método numérico (diferenças finitas): após alguns ajustes matemáticos na equação 4.0 é possível encontrar o potencial para um ponto genérico ($V_{i,j}$).
- ❖ O potencial a ser encontrado em um ponto específico é a média dos potenciais nos pontos vizinhos. O número de interações é fundamental para que se aproxime dos valores desejados, já que para o problema envolvendo uma calha representada na figura 2 os valores numéricos adquiridos foram próximos dos analíticos à medida que se aumenta o número de interações.

Conclusões

Conforme proposto neste estudo, as comparações a cerca dos métodos numéricos e analíticos foram satisfatórias, comprovando a aproximação dos resultados. Esses métodos apesar de obterem resultados semelhantes são trabalhados de forma distinta, o método analítico é muito exaustivo e por isso geralmente são usados métodos numéricos com uso de computadores.

Sobre a presente pesquisa, pode-se concluir o êxito do que foi proposto: demonstrar e comprovar a eficácia tanto dos métodos analíticos como numéricos, bem como verificar que seus resultados são relativamente próximos, mesmo sendo métodos diferentes.

Referências

BUTKOV, Eugene. Física Matemática. Rio de Janeiro: Guanabara Dois, 1978.

GRIFFITHS, David J. Introduction to Electrodynamics. 3. ed. Upper Saddle River: Prentice Hall, 1999.

MACHADO, Kleber D. Teoria do Eletromagnetismo I. Ponta Grossa: Ed. Da UEPG, 2004.

NUSSENZVEIG, H. Moysés; Curso de Física Básica - 3 Eletromagnetismo, 4 ed. editora: Edgard Blücher, 2002 revisada.

SADIKU, Matthew N.O. Elementos de Eletromagnetismo. 3 ed. Porto Alegre: Editora Bookman, 2004.