

## Propriedades Topológicas da Reta e Aplicações

Iana Valéria Ferreira da Silva<sup>1</sup>, Edivaldo Lopes dos Santos<sup>2</sup>.

1. Estudante de IC da Universidade Federal de São Carlos – UFSCar \*ianavaleriasilva@gmail.com

2. Professor Associado I da Universidade Federal de São Carlos, São Carlos/SP

Palavras Chave: *Análise na Reta, Espaços Métricos e Noções Topológicas*.

### Introdução

A análise na reta é uma importante ferramenta para o estudo da reta real  $\mathbb{R}$ , esse estudo também se desenvolve para outras dimensões ou espaços. Para ajudar nesse estudo contamos com a área da topologia, que consiste no estudo de coleções de objetos que possuem uma estrutura matemática. O objetivo desse projeto é compreender os princípios básicos da análise real e de topologia na reta permitindo um amadurecimento em relação a conceitos vistos em cálculo como o Teorema do Valor intermediário e Teorema de Weierstrass que envolvem conceitos da topologia: conexidade e compacidade.

### Resultados e Discussão

Durante o projeto são realizadas discussões sobre os conceitos de conjunto e grupos, e uma introdução em noções topológicas com o objetivo de transmitir um conhecimento no assunto.

Na parte de conjuntos e grupos foram lembrados conceitos como: produto cartesiano, função e sua imagem e algumas propriedades como

$$f(W' \cup W) = f(W') \cup f(W)$$

foi introduzido também a noção de função imagem inversa. O projeto dá bastante ênfase na noção de continuidade, sendo apresentada em vários tópicos de diferentes maneiras e com seus diversos teoremas. Já em espaços métricos temos que *dado dois espaços métricos -par*  $(X, d)$  *aonde um*  $X$  *é um conjunto e*  $d: X \times X \rightarrow \mathbb{R}$  *é uma função distância-*  $(A, d')$  *e*  $(B, d'')$ , *uma função*

$$f: A \rightarrow B$$

*é dita como continua quando*  $x$  *pertence a*  $A$  *se e somente se para todo*  $\varepsilon > 0$  *existe um*  $\delta > 0$  *com*  $d''(f(x), f(y)) < \varepsilon$  *aonde*  $d(x, y) < \delta$  *então, está função é dita como contínua para todos os pontos de*  $A$ .

Prosseguindo, foi visto a definição de conjuntos abertos e então se iniciou a introdução a topologia sendo realizado um estudo sobre as definições de espaço topológico, base para uma topologia e sub-base, aonde são vistos uma séries de exercícios facilitando a compreensão de tais temas e também é revisto o conceito de continuidade porém nos espaços topológicos.

Após o estudo de conjuntos fechado, seus conceitos e definições aprofundamos o estudo de funções contínuas. *Dados dois espaços topológicos*  $(X, \tau)$  *e*  $(Y, \tau')$ , *dizemos que uma função*  $f: (X, \tau) \rightarrow (Y, \tau')$  *é continua em relação às suas topologias*  $\tau$  *e*  $\tau'$  *(ou que*  $f$  *é*  $\tau$ - $\tau'$  *continua) se, para cada conjunto*  $\tau'$ -*aberto*  $V$  *contido em*  $Y$ , *sua imagem inversa é um aberto em*  $X$ . Segue-se disso diversos teoremas básicos sobre continuidade e o Lema da Colagem.

Por hora ainda seguem sendo vistos alguns espaços como o Produto, e o espaço topológico de Hausdorff.

### Conclusões

O desenvolvimento do projeto permitiu um amadurecimento da aluna em relação a conceitos abordados em Cálculo e teoria básica de Topologia.

### Agradecimentos

PICME- Programa de Iniciação Científica e Mestrado

#### Referências

- [1] Lima, E.L. T. Curso de Análise, Volume I. Projeto Euclides, Rio de Janeiro, 1976.
- [2] Lima, E.L. T. Espaços Métricos. Projeto Euclides, Rio de Janeiro, 1993.
- [3] Munkres, J.R. Topology: a first course. Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1975.