

Comparação entre soluções aproximadas para a distribuição de sinistro agregado de seguradora em um modelo de risco coletivo

Kleiton Guimarães Alfenas¹, Prof.Dr. Danilo Lourenço Lopes²

1. Estudante de IC da Universidade Federal de São Carlos, UFSCar. *guimaraes.acad@gmail.com

2. Pesquisador e Professor do Depto.de Estatística da UFSCar, São Carlos/SP

Palavras Chave: *Modelo de Risco Coletivo; Soma de sinistro Agregado; Seguro*

Introdução

No modelo de Risco Coletivo para sinistros, denominamos S como uma soma de sinistros agregados, em que o número de sinistros acionados é aleatório (N), bem como sua quantidade paga (Xi : quantidade paga pelo i-ésimo sinistro), ou seja:

$$S = X_1 + \dots + X_N = \sum_{i=1}^N X_i$$

Este trabalho visa realizar um estudo comparativo entre valores aproximados e estimativas via simulação das probabilidades associadas a S.

Neste trabalho assumimos que a quantidade de sinistros acionados possui uma distribuição Poisson com parâmetro 10, e a quantidade paga pelo i-ésimo sinistro possui uma distribuição Bernoulli com parâmetro 0.08.

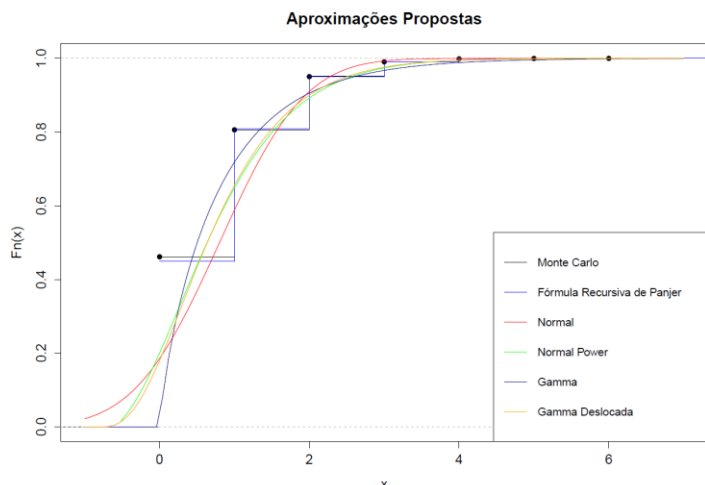
Resultados e Discussão

O objetivo deste trabalho é modelar probabilidades associadas às perdas da seguradora através de aproximações presentes na literatura.

É sugerido que, quando a distribuição de S é aproximadamente simétrica, seja utilizada a aproximação pela Normal. Caso contrário é interessante utilizar a aproximação pela Gamma, de fácil implementação. Outras aproximações mais intensivas do ponto de vista computacional são a Normal Power e Gamma Deslocada, que dependem do cálculo do coeficiente de assimetria de S. As aproximações foram comparadas com a fórmula recursiva de Panjer, que fornece, a partir de uma computação mais intensa, o valor exato quando N tem a propriedade de recursividade e X é proveniente de uma distribuição discreta.

Os autores criaram rotinas no pacote estatístico gratuito R para fazer tais comparações. Pela técnica de Monte Carlo, foi gerada uma amostra aleatória de 10000 valores de soma agregada de S.

Figura 1. Função de distribuição de S e Aproximações



A figura 1 mostra a comparação entre o valor exato (linha sólida azul) e os valores dados pelas aproximações (demais linhas). Podemos observar que as aproximações que melhor acompanham os valores exatos da função são, primeiramente, a aproximação de Monte Carlo e, em seguida, as aproximações pela Normal Power e pela Gamma Deslocada.

A tabela abaixo, foi considerado o erro relativo das aproximações propostas, dado pela fórmula a seguir:

$$\epsilon_{Aprox}(i) = \frac{|P_{Aprox}[S = i] - P_{Panjer}[S = i]|}{P_{Panjer}[S = i]}$$

onde P_aprox é a probabilidade dada por uma determinada aproximação e P_Panjer é o valor exato.

Tabela 1. Erro relativo das funções de probabilidade

$\epsilon(i)$	Monte Carlo	Normal	Normal Power	Gamma	Gamma Desloc.
3	0.03801	0.28529	0.09763	1.90259	0.00664
4	0.03502	0.83677	0.26481	2.79214	0.15833
5	0.22253	0.98570	0.56551	4.32277	0.50272
6	1.00000	0.99955	1.07577	7.15479	1.18209
7	1.00000	1.00000	1.93733	12.65998	2.51595

A tabela 1 apresenta os valores de erro relativo para cada valor que a soma agregada de S pode assumir. Quanto menor o valor do erro, melhor a aproximação. A tabela fornece a qualidade da aproximação para valores de cauda da distribuição, que são de interesse de seguradores.

Conclusões

O objetivo deste trabalho foi comparar diferentes valores aproximados essenciais para atividades de seguro. O valor aproximado por simulação de Monte Carlo encontra-se bem próximo do valor exato, mas requer um grande esforço computacional. Outras alternativas, como as aproximações pela Normal Power ou pela Gamma deslocada apresentam resultados razoáveis e são mais simples de se calcular.

Por este tipo de comparação não ser comum na literatura, evidenciamos a importância desta I.C., que em trabalhos futuros pretende realizar estas comparações utilizando um conjunto de dados reais.

Agradecimentos

Centro Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico - CNPq