

# Estudo da Dinâmica de Doenças Causadas por Vírus Utilizando Equações Diferenciais com Atraso

Demetry M. Santos<sup>1</sup>, Askery A. C. B. Silva<sup>2</sup>

1. Estudante de IC do curso de Física – Licenciatura da Universidade Federal de Alagoas - UFAL; \* [dimmy.messias@gmail.com](mailto:dimmy.messias@gmail.com)
2. Professor Adjunto do Curso de Física Licenciatura da Universidade Federal de Alagoas - UFAL;

Palavras Chave: *Transições de Fase, Modelagem Matemática, Equações com Atraso.*

## Introdução

O estudo da dinâmica de populações de doenças infecciosas tem atraído muitas atenções nas últimas décadas. Muitos modelos matemáticos são utilizados, geralmente composto por equações diferenciais ordinárias, e tentam entender as evoluções temporais das populações de células infectadas ou não infectadas, bem como o comportamento de populações virais. Entretanto, os pormenores das interações entre as populações de Vírus e células imunológicas são em grande parte desconhecidos.

Fazendo uso de equações diferenciais com atraso, foi intuito dessa pesquisa estudar os aspectos relacionados com a não instantaneidade da resposta imunológica contra doenças causadas por vírus considerando os efeitos de mutação. Procurou-se descobrir informações acerca da virulência da infecção por meio da compreensão da relação entre o tempo de resposta do sistema imunológico e a taxa de mutação viral. O tempo de atraso foi incluído como um termo (constante) no argumento das funções. Procurou-se ainda descobrir um valor crítico do tempo de atraso, acima do qual a dinâmica apresenta uma mudança de estabilidade da solução, bem como a ocorrência da dinâmica caótica, em geral mais adequada para a resolução de quadros clínicos.

## Resultados e Discussão

O modelo proposto consistiu de três equações que procuram descrever a dinâmica viral da infecção:

$$\begin{aligned} \dot{y} &= r(1 - \alpha)y(t) \left(1 - \frac{y(t)}{K}\right) - ay(t) - py(t)z(t) \\ \dot{y}_m &= \alpha_m r_m y_m \left(1 - \frac{y_m(t)}{K_m}\right) - a_m y_m(t) - p_m y_m(t)z(t) \\ \dot{z} &= \frac{cy(t)z(t - \tau_1)}{1 + dy(t - \tau_1)} + \frac{c_m y_m(t)z(t - \tau_2)}{1 + d y_m(t - \tau_2)} - qy(t)z(t) - q_m y_m(t)z(t) - bz(t) \end{aligned}$$

Onde  $y(t)$  e  $y_m(t)$  se referem à população de vírus normais e vírus que sofreram mutações respectivamente, e  $z(t)$  representa a população de células imunológicas. Os tempos de atraso  $\tau_1$  e  $\tau_2$  representam os processos do corpo humano a criação e seleção do anticorpo até que ele esteja pronto para eliminar agentes infecciosos. As simulações numéricas foram realizadas em um programa próprio, implementado na linguagem FORTRAN®90 e utilizando a rotina DDE23 da plataforma MATLAB®. A variação dos valores de induziam uma perturbação nas soluções do sistema, até que para o valor crítico, o sistema começou a apresentar oscilações sustentadas:

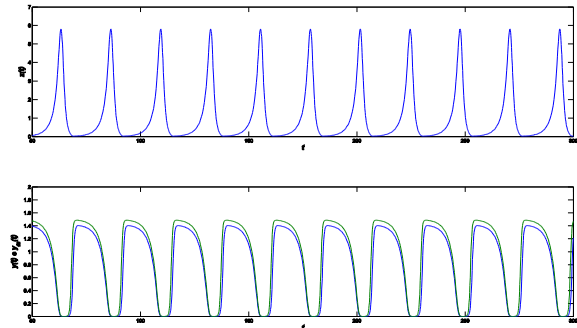


Figura 1. Variação do modelo em regime oscilatório.  $\tau_1 = 1.3, \tau_2 = 1.8$ .

De acordo com as simulações, o valor do tempo de atraso crítico  $\tau_c$  é:

$$\tau_c = 0.83$$

Além disso, para valores muito grandes de  $\tau_{1,2}$  o modelo apresentou ainda as soluções caóticas esperadas:

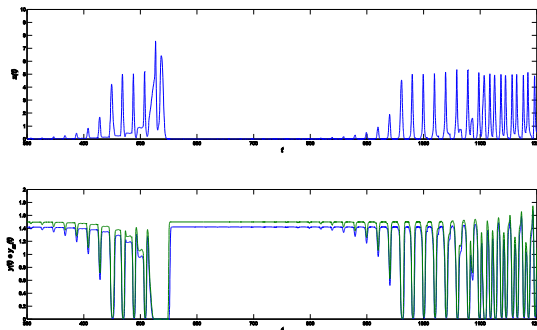


Figura 2. Variação do modelo em regime caótico.  $\tau_{1,2} = 20$ .

## Conclusões

O modelo proposto foi capaz de atingir as metas esperadas, apresentando um valor crítico de atraso e uma rota possível para o caos. Espera-se que este trabalho se torne útil para o estudo de viroses e auxilie o seus tratamentos.

## Agradecimentos

Todos os mais sinceros agradecimentos à Universidade Federal de Alagoas – UFAL e à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Alagoas, por fornecerem os recursos necessários para a realização da pesquisa.

CANABARRO, A.; GLÉRIA, I.; LYRA, M. Periodic solutions and chaos in a non-linear model for the delayed cellular immune response. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, v. 342, n. 1, p. 234–241, 2004