

Conjuntos Finitos e Infinitos: Uma abordagem alternativa à definição de Dedekind.

Pedro H. S. Martins¹, César I. Kondo².

1. Estudante de IC da Universidade Federal de São Carlos - UFSCar; * pedro_sousamartins@live.com

2. Professor Associado do Dep. de Matemática da Universidade Federal de São Carlos - UFSCar / Brasil

Palavras Chave: *Teoria de Conjuntos, Conjuntos Finitos, Dedekind.*

Introdução

No estudo da Teoria de Conjuntos, mais especificamente nas definições acerca de conjuntos enumeráveis e não enumeráveis, comumente encontramos na literatura a utilização da definição formulada, em 1888, por Richard Dedekind para conjuntos infinitos.

Na bibliografia consultada [1], os autores definem conjuntos infinitos, segundo Dedekind, e, através da demonstração de um conjunto de teoremas, obtém uma caracterização de conjuntos finitos. Neste trabalho nos propomos a definir conjuntos finitos e, em seguida, através da demonstração do mesmo conjunto de teoremas, obter uma caracterização de conjuntos infinitos, verificando assim uma equivalência entre as definições de conjuntos finitos e infinitos.

Conclusões

Ao compararmos os resultados obtidos no trabalho, com os apresentados em [1], verificamos uma relação entre os teoremas que formam a cadeia de inferências lógicas que ligam as definições de conjuntos finitos e infinitos. Isto permite constatar uma equivalência entre essas definições, possibilitando uma abordagem alternativa àquela comumente utilizada em livros de Teoria de Conjuntos.

Esta abordagem pode ser justificada pela facilitação de algumas demonstrações e por se iniciar num contexto de maior familiaridade ao leitor, utilizando a noção de conjuntos finitos, que se mostra muito mais intuitiva que a de conjuntos infinitos.

Resultados e Discussão

Inicialmente realizamos a demonstração, sob a ótica da teoria de conjuntos, de algumas propriedades de funções, tal como a união e a composição de funções bijetoras.

Definimos ainda o conceito de equipotência de conjuntos e caracterizamos conjuntos da forma $\mathbf{N}_k = \{1, 2, \dots, k\}$. Estes teoremas e definições fornecem ferramentas para as demonstrações posteriores.

Em seguida definimos conjuntos finitos e demonstramos os seguintes teoremas:

- 1- “Seja X um conjunto e x_0 um elemento de X . Se X é infinito, então o conjunto $\{X - x_0\}$ é infinito”
- 2- “Sejam X e Y conjuntos, tais que, exista uma correspondência biunívoca entre eles. X é finito se, e somente se Y é finito.”
- 3- “Sejam X e Y conjuntos, tais que, X é subconjunto de Y . Se Y é finito então X é finito.”

Efetuamos ainda a demonstração de corolários de alguns destes teoremas e, por fim, a caracterização de conjuntos infinitos, a partir dos teoremas e definições.

Agradecimentos

O autor * foi apoiado financeiramente pelo PICME - CNPq.

[1] Lin, Y.-F and Lin, S.-Y. T. – Set Theory: An Intuitive Approach, Houghton Mifflin Company, Boston., (1974)