

Braquistócrona e Tautócrona - Uma introdução ao estudo das curvas e do cálculo variacional.

Danielle Emerich da Costa^{1*}. Renato José de Moura².

1. Estudante de Engenharia Física da Universidade Federal de São Carlos, UFSCar; *emerichdanielle@gmail.com

2. Departamento de Matemática, UFSCar, São Carlos/SP.

Palavras Chave: *Cálculo Variacional, Braquistócrona, Tautócrona.*

Introdução

Em 1696, Johann Bernoulli apresentou o seguinte problema: dados dois pontos A e B, situados em um plano vertical, sendo o ponto A mais elevado que B, encontrar uma curva ligando-os de tal forma que um objeto solto em A, e deslizando sobre esta curva sujeito apenas à força da gravidade, leve o menor tempo possível para chegar em B. Um segundo problema, aparentemente diferente do proposto acima, é o de encontrar uma curva ligando tais pontos de modo que um objeto possa ser lançado de qualquer ponto desta curva e atinja o ponto B no mesmo intervalo de tempo. Estes problemas ficaram conhecidos na literatura como Braquistócrona e Tautócrona, respectivamente. Em ambos mostra-se usando, por exemplo, Refração e o Princípio de Tempo Mínimo de Fermat, que as curvas obtidas são as mesmas e estão na classe das curvas chamadas de Ciclóides.

No início do século XVIII, através de nomes como Euler e Lagrange, estes e outros problemas puderam ter outra abordagem na sua resolução, através do Cálculo Variacional. Sua essência é a localização de extremos de determinados funcionais, levando assim a um campo de diversas aplicações para áreas como a Matemática, Física e Engenharia.

Tendo em vista a sua importância, este trabalho, possuindo como agente motivador a resolução de problemas físicos clássicos, como a definição das curvas Braquistócrona e Tautócrona, apresenta um estudo introdutório ao Cálculo Variacional e seus principais resultados, bem como a resolução destes e outros problemas clássicos.

Resultados e Discussão

O estudo fundamental do Cálculo Variacional consiste em encontrar extremos (também denominados pontos críticos) de certos funcionais satisfazendo determinadas condições, que podem ser de contorno por exemplo. Mostra-se que os pontos críticos destes funcionais são soluções de apropriadas equações, conhecidas como Equações de Euler-Lagrange. Para tanto, no desenvolvimento deste trabalho, além do estudo da teoria do Cálculo Variacional, foi necessário um estudo sistemático envolvendo alguns pré-requisitos de resultados de análise, de curvas planas e mecânica clássica.

Conclusões

O Cálculo Variacional, ou Cálculo das Variações, é um tema clássico de estudo em Matemática, sendo que importantes matemáticos têm contribuído com a teoria ao longo dos últimos séculos. Sua importância reside também pela conexão que este ramo tem com outras áreas da Matemática, tais como a Geometria e Equações Diferenciais, encontrando diversas aplicações em Física, Economia, Engenharia, Biologia, entre outras. Nesta ótica, este trabalho proporcionou um contato com uma teoria importante e rica de aplicações em diferentes ramos do conhecimento, solidificando conceitos básicos e motivando a um aprofundamento do conhecimento mais específico desta área da Matemática.

Agradecimentos

Ao CNPq pelo apoio financeiro.

À professora Fátima Goulart pelo incentivo durante o Ensino Médio.