

ESTUDO E COMPARAÇÃO DE TÉCNICAS DE OTIMIZAÇÃO DE FLUXO EM REDES

Cézanne Alves Mendes Motta¹, George Lauro de Ribeiro Brito²

1. Aluno do Curso de Ciência da Computação da Universidade Federal do Tocantins - UFT; *cezannealves@gmail.com
2. Professor do Curso de Ciência da Computação da Universidade Federal do Tocantins; gbrito@mail.uft.edu.br

Palavras Chave: Fluxo máximo, Fluxo em redes, Otimização em Grafos.

Introdução

As restrições e a Função objetivo do problema de fluxo máximo são lineares, portanto este problema pode ser resolvido por métodos de programação linear. Porém sua estrutura particular nos permite encontrar a solução através de algoritmos mais eficientes [1]

Neste trabalho foram estudadas e aplicadas duas técnicas de otimização de fluxo, o algoritmo de Ford-Fulkerson (FF) [2] e o algoritmo de Edmonds Karp (EK) [3]. A rede de fibra ótica "Rede Ipê" da Rede Nacional de Ensino e Pesquisa (RNP)[4] foi modelada em forma de grafo e os algoritmos foram aplicados ao grafo. Para comparação e avaliação empírica do desempenho dos algoritmos, criamos uma base de 25 grafos conexos aleatórios com diferentes quantidades de nós e densidades de arestas, e executamos os algoritmos com cada um dos grafos da base.

Resultados e Discussão

O FF tem complexidade $O(E|f|)$, e o EK tem complexidade $O(VE^2)$, onde V é o tamanho do conjunto de vértices, E é o tamanho do conjunto de arestas e $|f|$ é o valor do fluxo máximo. Ambos garantem que o fluxo obtido será máximo[5]

Os algoritmos foram compilados na IDE NetBeans 8.0.2 com JDK 8 atualização 31. As execuções ocorreram na máquina virtual Java Versão 8 atualização 66, em um único processo no S.O. Microsoft Windows 8.1 64-bit, em um processador Intel Core i7-4500U com clock em 2.78GHz e 8GB de memória RAM.

Na rede Ipê foram escolhidos como origem e destino para execução do algoritmo dois nós com grande conectividade na rede para que o comportamento do algoritmo pudesse ser melhor visualizado. Como podemos ver na Figura 1, apesar dos estados do Ceará e de São Paulo terem respectivamente um total de 6244 Mb/s e 5120 Mb/s em links adjacentes, o fluxo total entre eles fica limitado a 4098 Mb/s por conexões intermediárias.

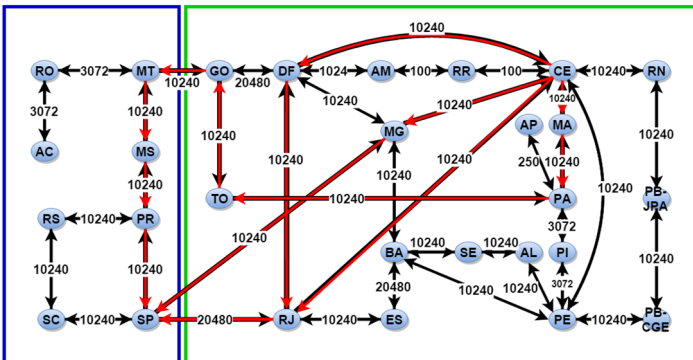


Figura 1 – Fluxo na rede Ipê

Ainda na Figura 1, pode-se confirmar que o fluxo obtido é máximo: Se particionarmos o grafo em dois, um lado contendo a fonte, e o outro contendo o destino do fluxo,

podemos perceber que qualquer fluxo que saia do Ceará para São Paulo precisa passar por uma das 3 arestas que cruzam do lado direito para o esquerdo, e todas elas estão saturadas, totalizando um fluxo de 40960 Mb/s.

Teste de desempenho

Como esperado, os dois algoritmos obtiveram o mesmo valor de fluxo máximo quando aplicados ao mesmo grafo, diferindo apenas no tempo gasto para obtê-lo. O resultado do teste de desempenho pode ser visto na Tabela 1 e nos gráficos da Figura 2, que estão em escala logarítmica. Os valores ausentes se devem a tempos de execução tão curtos que não puderam ser medidos.

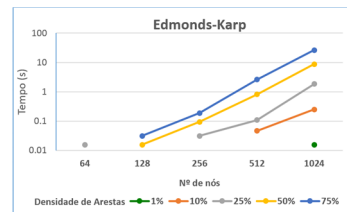


Figura 2a – desempenho do EK

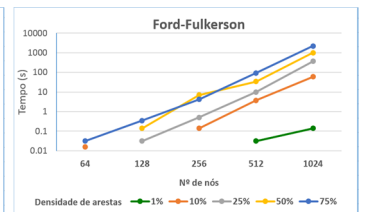


Figura 2b – desempenho do FF

Tabela 1 – Tempo de execução

Densidade de arestas	Ford-Fulkerson					Edmonds-Karp				
	64	128	256	512	1024	64	128	256	512	1024
1%	-	-	-	0,03	0,14	-	-	-	-	0,01
10%	0,01	-	0,14	3,70	59,5	-	-	-	0,04	0,25
25%	-	0,03	0,5	9,82	364,25	0,01	-	0,03	0,10	1,84
50%	-	0,14	6,93	33,90	1007,09	-	0,01	0,09	0,81	8,76
75%	0,03	0,34	4,14	92,25	2231,42	-	0,03	0,18	2,59	26,39

Conclusões

O dois algoritmos estudados obtêm um fluxo ótimo, o que é possível verificar-se nas arestas saturadas. No entanto o EK demonstrou desempenho superior, executando em 26 segundos na maior instância do experimento, onde o FF precisou de 37 minutos para obter o mesmo resultado.

[1]Anany V. Levitin (2011) *Introduction to the Design and Analysis of Algorithms* (3rd Edition), Capítulo 10.2 p.361-371 Editora Pearson.

[2]Ford, L. R.; Fulkerson, D. R. (1956). "Maximal flow through a network". Canadian Journal of Mathematics, Vol 8

[3]Jack Edmonds e Richard M. Karp (1972) *Theoretical Improvements in Algorithmic Efficiency for Network Flow Problems*, Journal of the Association for Computing Machinery, Vol. 19, No. 2

[4]Rede Ipê|RNP Disponível em <<https://www.rnp.br/servicos/conectividade/rede-ipe>>

[5]Thomas H. Cormen, Charles E. Leiserson, Ronald L. Rivest and Clifford Stein (2009). *Introduction to Algorithms* (third ed.), Capítulo 26. MIT Press. p. 714–730