

CÓDIGOS LINEARES VIA NÚMEROS TRIBONACCI

Antonio Aparecido de Andrade
Departamento de Matemática, Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas
Ibilce – Unesp, São José do Rio Preto - SP

Resumo:

Neste trabalho, apresentamos resultados sobre as sequências de Fibonacci e tribonacci, aplicações em códigos lineares e um algoritmo de codificação e decodificação via os números tribonacci.

Palavras-chave: Números de Fibonacci; Números Tribonacci; Códigos Lineares.

Apoio financeiro: Apoio da Fapesp 2013/25977-7.

Introdução:

Leonardo de Pisa (1170-1250) foi um matemático italiano de grande importância para teoria de números. Apelidado de Fibonacci (filho de boa natureza) destacou-se principalmente por sua obra Liber Abacci, onde se encontra o mais famoso dos problemas propostos e resolvidos por ele. Trata-se do problema de calcular quantos coelhos poderiam ser produzidos em um ano, a partir de um único casal se, supostamente, todo mês cada par dá à luz um novo par, que é fértil a partir do segundo mês.

No mês inicial o primeiro casal ainda é infértil. No mês seguinte o casal está fértil e um novo casal é gerado. Portanto, durante o segundo mês, teremos dois casais, o original e um novo, sendo este último ainda infértil. No terceiro mês, o casal original gera mais um casal e o segundo casal fica fértil. Portanto, nesse terceiro mês teremos três casais. Agora, os dois primeiros casais estão férteis e cada um gera um novo casal. E assim por diante. O resultado é uma sequência de números em que cada um deles é obtido pela soma dos dois números imediatamente anteriores. A sequência 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ... é chamada de Sequência de Fibonacci, cujos valores representam a quantidade de coelhos em cada mês.

A teoria dos códigos pode ser explorada via a matriz tribonacci. Em contraste com os códigos clássicos, uma peculiaridade desse método é que permite corrigir os elementos da matriz que são inteiros positivos. No caso mais simples a capacidade de correção do método excede os de muitos códigos conhecidos. A ideia principal da

detecção e correção de erros é baseado na propriedade dos determinantes da matriz inicial e da matriz código e sobre as conexões entre os elementos da matriz código.

A sequência de Fibonacci não é a única sequência que satisfaz uma fórmula recursiva, ou seja, existem uma infinidade de outras sequências que também satisfaz. O matemático F. Edouard A. Lucas (1842-1891) provou, em 1876, que o máximo divisor comum de dois números de Fibonacci é um outro número de Fibonacci. Além disso, ao investigar algumas propriedades e padrões referentes à sequência de Fibonacci encontrou uma nova sequência, semelhante a de Fibonacci, que satisfaz a mesma relação de recorrência, ou seja, é definida a partir de números diferentes dos números de Fibonacci iniciais.

A regra de Fibonacci, consiste em somar os dois mais recentes números para obter o próximo, que é a mesma regra para obter os termos da sequência de Lucas, onde os dois primeiros termos da sequência são 2 e 1. Assim, a sequência de Lucas é dada por 2, 1, 3, 4, 7, 11, 18, 29, 47, 76, 123, ... e possui muitas propriedades semelhantes às dos números de Fibonacci. Os termos da sequência tribonacci é obtido através da soma dos três termos anteriores, onde os três termos iniciais são 0, 0 e 1. Desse modo, a sequência tribonacci é dada por 0, 0, 1, 1, 2, 4, Assim, através de resultados envolvendo os números tribonacci construímos códigos lineares cujas palavras código são matrizes de ordem 3 cujas entradas são números tribonacci. Além disso, apresentamos um algoritmo de codificação e decodificação com alta capacidade de correção de erros.

Metodologia:

A teoria de códigos têm se destacado nos últimos anos devido às aplicações na Teoria da Informação, mais especificamente, como representantes de constelações de sinais que são eficientes para os canais Gaussiano e Rayleigh com desvanecimento. Em teoria da informação o estudo de códigos com alta capacidade de correção de erros têm contribuído para avanços significativos nesta linha. Assim, a metodologia usada foi na procura de bons códigos com alta capacidade

de correção de erros através do estudo profundo de artigos e livros.

Resultados e Discussão:

Neste trabalho, exploramos um número especial para aqueles que admiram a Matemática, chamado de número de ouro, proporção áurea ou número phi, e também das sequências Fibonacci e tribonacci. O primeiro registro escrito do número phi na história da matemática aparece no livro Os Elementos VI, de Euclides (século VI a.C). Originalmente, o problema era dividir um segmento em extrema e média razão. Desde então uma série de outros problemas e resultados com este número foram aparecendo. Damos atenção especial também para a sequência de Fibonacci e da sequência tribonacci, Essas sequências são fascinantes porque seus elementos são apenas números inteiros, mas produzem aplicações em teoria da informação.

Um grande objetivo na teoria de informação é encontrar códigos lineares com alta capacidade de correção de erros. Nesse sentido, no presente trabalho construímos códigos lineares via números tribonacci e desenvolvemos um algoritmo para codificação e decodificação desses códigos. Neste caso, as palavras códigos são matrizes de ordem três, os elementos das matrizes são números tribonacci, e assim, são números inteiros positivos. Além disso, mostramos que a capacidade de correção de erros é melhor que quando usamos matrizes cujas entradas são números de Fibonacci. Desse modo, no presente trabalho apresentamos alguns resultados envolvendo números de Fibonacci e números tribonacci, matrizes de Fibonacci e matrizes tribonacci, e suas principais propriedades e parâmetros. Assim, desenvolvemos métodos para novas construções de códigos lineares via números tribonacci e apresentamos um algoritmo de codificação e decodificação.

Conclusões:

No presente trabalho tratamos da obtenção de um algoritmo para codificação e decodificação de códigos lineares, onde as palavras códigos são matrizes de ordem três cujas entradas são elementos tribonacci. A correção de erros neste caso é melhor que quando usamos códigos via sequências de Fibonacci. Detalhes relevantes da metodologia da construção do algoritmo são descritos e os principais parâmetros envolvidos são dados via números tribonacci. Finalmente, uma comparação entre os algoritmos via números de Fibonacci e números tribonacci é descrita.

É notável a grandiosidade de resultados aos quais o número phi se associa. Um dos mais conhecidos é verificado na sequência de Fibonacci, cuja razão entre dois termos consecutivos é um número cada vez mais próximo do número phi quanto maior for a ordem dos termos tomados. Outra associação é o fato de que esse número foi estudado e utilizado em criações pelo artista renascentista Leonardo da Vinci (1452-1519), que o considerava a proporção divina, e por Roger Penrose (1931-), físico-matemático inglês e professor emérito de matemática da Universidade de Oxford, em seus estudos de ladrilhamento do plano.

Referências bibliográficas

1. M. E. G. Alencar, O número phi e a sequência de Fibonacci, Física na Escola, Vol. 5, No. 2, 2004.
2. A. P. Stakov, Fibonacci matrices, generalization of the Cassini formula, and a new coding theory, Chaos Solitons and Fractals, Vol. 30, pp. 56 - 66, 2006.
3. M. Basu and B. Prasad, The generalized relations among the code elements for Fibonacci coding theory, Chaos Solitons and Fractals, Vol. 41, pp. 2517 - 2525, 2005.