

## A TEORIA MODIFICADA $f(R)$ DA GRAVITAÇÃO

Fernando Jorge Siqueira Cavalcante<sup>1</sup>, Sandro Guedes Fernandes<sup>2</sup>

1. Estudante de IC da Universidade Estadual de Alagoas

2. UNEAL – Professor do Curso de Matemática / Orientador.

### Resumo:

Esse resumo analisa a problemática da expansão acelerada do Universo através das teorias alternativas da gravitação, em especial as teorias  $f(R)$  que reformulam a Relatividade Geral de Albert Einstein, que ainda passam por testes e são fortes candidatas a elucidar o problema.

O trabalho versa para uma pesquisa de cunho bibliográfico, fundamentando-se acerca de D'INVERNO(1996) e BERGMANN(1976), para compreender a introdução de Relatividade Restrita e Geral; BERMAN(1987), cálculo tensorial, e OLIVEIRA(2010), que deu o embasamento teórico sobre as Teorias  $f(R)$  de gravidade nas formulações **métrica** e de **Palatini**.

Utilizamos os conceitos estudados da Relatividade Restrita e Relatividade Geral, encontrando suas equações de campos na formulação métrica e de Palatini, encontrando a primeira solução não-trivial de Einstein-Hilbert.

Encontramos as equações de campo da gravitação modificada  $f(R)$  na formulação métrica, com perspectivas de se encontrar as equações generalizadas de Friedmann em  $f(R)$  e analisar a expansão acelerada do Universo segundo essas formulações modificadas de gravitação.

**Palavras-chave:** comércio                      atacadista;  
crescimento urbano; Cidade de Arapiraca.

**Apoio financeiro:**FAPEAL – Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Alagoas

### Introdução:

A curiosidade humana em entender a natureza vem de muitos séculos passados. Nesse sentido, é comum haver estudos sobre leis que regem o universo, em particular a gravitação. Vemos na literatura cientistas como Sir Isaac Newton no século XVII, formalizando o processo de gravitação de corpos. Em seguida, não muito distante, temos a Teoria da Relatividade Geral proposta em 1905 por Albert Einstein. A partir daí, surgiram tentativas de generalização da teoria. O início dessas modificações ocorreu com Herman Weyl, em 1919. Em 1998 foi descoberto que o Universo está em expansão. Com isso, foram surgindo ao longo dos anos candidatas a responder tal fenômeno, como a constante cosmológica, tida como um erro para Einstein, assim como a energia escura e teorias alternativas da gravitação, especialmente as teorias  $f(R)$  que reformulam a Relatividade Geral.

As teorias  $f(R)$  ainda passam por testes, e são fortes candidatas a elucidar o problema da expansão acelerada do Universo e o estudo da teoria tem ganhado força em vários campos da Física como Cosmologia, Astrofísica e Física de Altas Energias.

Há inúmeros trabalhos sobre a teoria  $f(R)$ : **cordas cósmicas** (CARVALHO, 2011); **termodinâmica de Buracos Negros** (LARRANAGA, 2012); **geometrodinâmica e energia escura** (SOUZA, 2008); **desvio da luz** (AZEREDO, 1998); **singularidades e modelo  $\Lambda$ CDM** (BRAGANÇA, 2010); **curvatura constante e simetria cilíndrica** (MOMENI, 2009); **matéria escura** (KAINULAINEN, 2007); **fluido perfeito** (MULTAMAKI, 2007); **formalismo de Palatini** (OLIVEIRA, 2010).

### Metodologia:

Por tratar de uma pesquisa de cunho bibliográfico, fundamentou-se acerca de D'INVERNO(1996) e BERGMANN(1976), para compreender a introdução de Relatividade Restrita e Geral; BERMAN(1987), cálculo tensorial, e OLIVEIRA(2010), que deu o embasamento teórico sobre as Teorias  $f(R)$  de

gravidade nas formulações **métrica** e de **Palatini**.

### ResultadoseDiscussão:

A proposta geral do projeto é encontrar as equações de campo gerais de Einstein na formulação métrica e de Palatini, bem como encontrar a primeira solução cosmológica da equação de Einstein (Solução de Schwarzschild, 1916).

Neste trabalho, utilizamos a formulação Lagrangeana e apresentamos a ação gravitacional e a ação de matéria do espaço-tempo. Sabemos que a interação gravitacional, na RG, é medida pela métrica apenas, já o tensor energia-momento é devido, exclusivamente, a matéria. Desta forma a ação devida a matéria é:

$$S_M = \int dx^4 \sqrt{-g} \mathcal{L}_M(g_{\mu\nu}, \Psi) \quad (1)$$

Para a ação gravitacional de Einstein-Hilbert:

$$S_{EH} = \frac{1}{16\pi G} \int dx^4 \sqrt{-g} R \quad (2)$$

A variação da ação deve ser nula, logo encontramos as famosas equações de campo de Einstein:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} = 8\pi G T_{\mu\nu} \quad (3)$$

A partir delas, em 1916, Schwarzschild encontrou uma solução não trivial mais simples:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2M}{r}\right) dt^2 - \left(1 - \frac{2M}{r}\right)^{-1} dt^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \quad (4)$$

A observação das supernovas do tipo IA, nos legou a expansão acelerada do Universo. Como a TRG com a atual distribuição de matéria não explica tal fenômeno, fez-se necessário a busca de teorias alternativas, desde a recuperação do modelo com Constante Cosmológica – associada a energia do vácuo dos campos de matérias –, passando por modificações na ação e, também, considerações de campos escalares com propriedades estranhas de fluido de pressão negativa. Então, as teorias f(R) dariam conta da falha da RG em escalas cosmológicas.

### Teoria f(R) de gravidade

Evidências físicas motivaram os cientistas na busca de teorias de gravidade de ordem superior, isto é, por modificações da ação de Einstein-Hilbert, em ordem maior que o escalar de Ricci. Há várias teorias de modificação da RG: **teoria escalar tensorial (Brans-Dicke); teorias-vetoriais-escalares (TeVeS), Branas (por exemplo DGP) e teorias f(R).**

Teorias f(R) podem ser vistas pela abordagem métrica e de Palatini, sendo que esta última fornece equações de segunda ordem métrica. No formalismo métrico, obtém-se a aproximação via a variação da ação com respeito a métrica.

Dada a ação  $S = \int \sqrt{-g} dx^4 \left[ \frac{1}{2\kappa} f(R) + \mathcal{L}_m \right]$ , onde  $\mathcal{L}_m$  é a densidade Lagrangeana de matéria, e tomando-se  $\delta S = 0$ , encontramos a equação de campo:

$$f' R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} f g_{\mu\nu} - \Delta_{\mu\nu} f' = \kappa T_{\mu\nu} \quad (5)$$

Que são equações de quarta ordem na métrica, onde  $\nabla_{\mu\nu} = \nabla_{\mu} \nabla_{\nu} - g_{\mu\nu} \square$  e  $\square = g^{\mu\nu} \nabla_{\mu} \nabla_{\nu}$ . As equações (5) são chamadas de equações de campo modificada. Pode-se recuperar a RG, eq. (3), quando  $f(R) = R$ .

Podemos comparar seus traços:

$R = -\kappa T$ , para a Relatividade Geral;

$f' R - 2f + 3\square f' = \kappa T$ , para as equações de campos modificada.

### Conclusões:

Encontramos as equações de campo da gravitação modificada f(R) na formulação métrica. Deduzimos a primeira solução não trivial das equações de campo de Einstein-Hilbert. Há perspectivas de se encontrar as equações generalizadas de Friedmann em f(R) e analisar a expansão acelerada do Universo segundo essas formulações modificadas de gravitação.

### Referências bibliográficas

AZEREDO, A. D. **Deflexão de fótons pelo Sol na teoria de gravitação R+R<sup>2</sup>.**

Dissertação, Instituto de Física Teórica, São Paulo, 1998;

BERGMANN, P.G. **Introduction to the theory of relativity**. New York: Dover. 1976.

BERMAN, M. S. **Cálculo tensorial e relatividade geral**: uma introdução. 2 ed. São Paulo: McGraw-Hill. 1987.

BRAGANÇA, V.M. **Singularidades em teorias  $f(R)$  da gravitação**. Dissertação, UFRJ, 2010;  
CARVALHO, G. C. **Soluções de corda cósmica em teorias  $f(R)$  da gravitação**. Dissertação de mestrado em Física – Universidade Federal Fluminense, Niterói, 2011;

D'INVERNO, R. **Introducing Einstein's relativity**. London: Oxford Press. 1996.

KAINULAINEN, K. et alli. Spherically symmetric spacetimes in  $f(R)$  gravity theories. **Phys. Rev.** 76, 2007;

LARRANAGA, A. A rotating charged black hole solution in  $f(R)$  gravity. **Pramana Journal of Physics.** 78, nº5, 2012;

MOMENI, D. e GHOLIZADE, H. A note on constant curvature solution in cylindrically symmetric metric  $f(R)$  gravity. **Int. Journ. of Mod. Phys. D**, vol18, nº11. 2009;

MULTAMÄKI, T. e VILJA, I. Static spherically symmetric perfect fluid solution in  $f(R)$  theories of gravity. **Phy. Rev. D.** 76, 2007;

OLIVEIRA, T.B.R.F. **Teorias  $f(R)$  de gravidade na formulação de Palatini**. Dissertação. UFRN, 2010.

SOUZA, J. C. C. **Análise geométrica e dinâmica de modelos de gravidade generalizada**. Tese, USP, São Paulo. 2008;