ANÁLISE DE DISTRIBUIÇÕES DE PROBABILIDADES E ESTIMATIVA DA $Q_{7,10}$ PARA A REGIÃO DO RIO ITABAPOANA, ESPÍRITO SANTO/RIO DE JANEIRO.

LEANDRO CAMPOS PINTO[1], EWERTON FELIPE DO PRADO MACHADO[2]; CARLOS ROGÉRIO DE MELLO[3], ANTÔNIO MARCIANO DA SILVA[4]

RESUMO

Estudos probabilísticos envolvendo variáveis hidro-climáticas são de extrema importância para as atividades da agropecuária, construção civil, turismo, transporte, dentre outros. Visando contribuir para o planejamento de projetos hidráulicos na região do rio Itabapoana, este trabalho teve como objetivos comparar distribuições de probabilidades ajustadas às séries históricas de vazão mínima média de sete dias consecutivos e obter os melhores valores representativos desta vazão vinculada ao tempo de retorno de 10 anos ($Q_{7,10}$). A partir da série histórica estruturada, foram comparadas as distribuições de probabilidades Gumbel, Weibull e Log-Normal 3 parâmetros através de testes de aderência. Verificou-se que a distribuição Weibull obteve o melhor ajuste na estimativa da vazão mínima média de sete dias e, através da mesma distribuição de probabilidades, estimou-se o valor de $Q_{7,10}$ mais representativo para a região do rio Itabapoana.

Palavras-chaves: Distribuição de probabilidades, testes estatísticos, vazão de referência para outorga.

INTRODUÇÃO

Um instrumento para avaliação das alterações dos processos constituintes do ciclo hidrológico, decorrentes de intervenções humanas no uso e cobertura do solo e/ou de mudanças climáticas, é constituído pela análise do comportamento hidrológico de uma bacia hidrográfica por meio de suas séries históricas de vazões.

Este instrumento permite avaliar a disponibilidade hídrica e detectar mudanças no regime hidrológico significativas em longos períodos que, por sua vez, fornecem elementos indispensáveis ao processo de gestão dos recursos hídricos associados aos usos múltiplos da água, como irrigação, abastecimento público e geração de energia através de hidrelétricas.

Segundo Barbosa et al. (2005) é fundamental o conhecimento das vazões mínimas, que são caracterizadas pelo período de retorno, na avaliação da disponibilidade natural dos cursos d'água para se tomar decisão sobre a necessidade ou não de regularização artificial para projetos de obras hidráulicas, para estudos envolvendo a capacidade natural de autodepuração do curso d'água e, também, para avaliar a possibilidade de concessão do uso da água para uma dada finalidade.

O cálculo da vazão mínima de sete dias consecutivos e período de retorno de 10 anos ($Q_{7,10}$) é um importante parâmetro hidrológico com grande aplicação nos estudos de planejamento e gestão dos recursos hídricos. Constitui importante instrumento da Política Nacional dos Recursos Hídricos do Brasil, pois fornece estimativa estatística da disponibilidade hídrica dos escoamentos naturais de água (Silveira et al, 2006).

Os dados de vazões das séries históricas submetidos a ajustes de funções de probabilidades e análises estatísticas fornecem vazões de referência que se caracterizam por possibilitar a determinação dos limites de retirada de água outorgadas para atendimento aos usos múltiplos de um corpo hídrico (Lanna, 1993).

De modo geral, a estimativa da vazão de sete dias é feita através da análise de frequência utilizando modelos de distribuição de probabilidade.

[1] Mestrando em Recursos Hídricos em Sistemas Agrícolas, bolsista CNPq, DEG/ UFLA, leandcampos@yahoo.com.br
[2] Discente do curso de Engenharia Agrícola, DEG/UFLA felipeufla@hotmail.com
[3] Professor Adjunto, DEG/UFLA, crmello@ufla.br
[4] Professor Titular, DEG/UFLA, marciano@ufla.br

Neste sentido, objetivou-se neste trabalho, avaliar os modelos de probabilidades Gumbel,Weilbull e Log-Normal 3 parâmetros, com o intuito de detectar o modelo que melhor represente os dados de vazão mínima média de sete dias consecutivos e obter um valor representativo da $Q_{7.10}$ para o rio Itabapoana, na região conhecida como Ponte do Itabapoana, na divisa dos estados do Espírito Santo e Rio de Janeiro.

MATERIAL E MÉTODOS

Para os cálculos da $Q_{7,10}$, foi utilizada uma série histórica de dados de 40 anos (janeiro de 1968 a dezembro de 2007), referente às vazões mínimas da estação hidrológica Ponte do Itabapoana, instalada no rio Itabapoana, com coordenadas geográficas 21º 12' 22" S e 41º 27' 46" W, altitude de 40 m e área drenável de 2854 km^2 (ANA/Hidroweb).

Para o cálculo da $Q_{7,10}$ selecionou-se, para cada ano da série histórica, a menor média móvel para o período de sete dias consecutivos. Construída a série histórica de vazões mínimas de sete dias consecutivos, obteve-se a $Q_{7,10}$ com o emprego das distribuições de probabilidade Gumbel, Weibull e Log normal 3 parâmetros, trabalhando com o método dos momentos para estimativa dos parâmetros (Naghettini & Pinto, 2005).

Na verificação da validade das distribuições foram utilizados os testes de aderência de Kolmogorov-Smirnov (K-S) e Qui-quadrado (λ^2). Segundo Silvino et al. (2007), estes testes foram escolhidos por serem os mais comumente utilizados e mais apropriados para variáveis aleatórias contínuas, como vazões. No teste de K-S é feita a comparação entre o máximo desvio em módulo resultante da diferença entre os valores de frequências observadas e teóricas, com o valor tabelado com base no tamanho da amostra e nível de significância. No teste de λ^2 a comparação é feita entre a soma do quadrado dos desvios entre as frequências observadas e teóricas ($\lambda^2_{calculado}$) e o valor obtido em tabela ($\lambda^2_{tabelado}$), em função do número de graus de liberdade e número de parâmetros da respectiva distribuição e nível de significância. Obteve-se o número de classes de agrupamento pela raiz quadrada do número de dados. Para que o modelo de probabilidades seja considerado adequado, os valores calculados deverão ser iguais ou inferiores aos tabelados para cada teste.

Distribuição de probabilidade de Gumbel

A distribuição de probabilidade de Gumbel é aplicada às séries históricas de valores extremos. De acordo com Tucci (2002), sua Função Densidade de Probabilidade (FDP) é dada por:

$$\text{FDP}: f(x) = \alpha . e^{\{-\alpha(x-\mu)-e^{-\alpha(x-\mu)}\}} \quad (1)$$

em que x é a variável (vazão diária mínima com 7 dias consecutivos, em m³/s); μ e α são os parâmetros da distribuição de probabilidades. A estimativa dos parâmetros desta distribuição, pelo método dos momentos, é dada pelas seguintes equações:

$$\alpha = \frac{1.2926}{s} \quad (2)$$

$$\mu = \bar{x} - 0,45 . s \quad (3)$$

em que $\bar{x}$ e s correspondem à média e o desvio padrão da série histórica.

Distribuição de Probabilidade Weibull

Sua função de densidade de probabilidade é dada por:

$$\text{FDP}: f(x) = \lambda . \beta . x^{\beta-1} . e^{-\lambda . x^{\beta}} \quad (4)$$

em que λ e β são parâmetros da distribuição e estão associados à média (μ) e variância (σ^2), respectivamente por:

$$\mu = \left(\frac{1}{\lambda}\right)^{\frac{1}{\beta}} . \Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right) \quad (5)$$

$$\sigma^2 = \left(\frac{1}{\lambda}\right)^{\frac{2}{\beta}} . \left[\Gamma\left(1+\frac{2}{\beta}\right) - \left(\Gamma\left(1+\frac{1}{\beta}\right)\right)^2\right] \quad (6)$$

O valor da variável x associada ao tempo de retorno (TR) foi calculado por:

$$x = \left[\frac{Ln\left(1-\frac{1}{TR}\right)}{-\lambda}\right]^{\frac{1}{\beta}} \quad (7)$$

Distribuição de Probabilidade Log-normal 3 parâmetros

A distribuição Log-Normal 3 parâmetros tem sua FDP representada pela seguinte equação:

$$FDP: f(x) = \frac{1}{(x-\beta).\sigma n.\sqrt{2.\pi}} .e^{0,5\left(\frac{Ln(x-\beta)-\mu n}{\sigma n}\right)^2} \quad (8)$$

Os parâmetros da FDP podem ser estimados pelas seguintes equações segundo Naghettini & Pinto (2007):

$$\beta = \mu n - \frac{\sigma n}{\eta y} \quad (9)$$

$$\eta y = \frac{\left(1-\phi^{\frac{2}{3}}\right)}{\phi^{\frac{1}{3}}} \quad (10)$$

$$\phi = \frac{\left[-y+\left(y^2+4\right)^{0,5}\right]}{2} \quad (11)$$

$$y = \frac{n}{(n-1).(n-2)} . \frac{\sum_{i}^{n}\left(x_i-\bar{x}\right)}{s^3} \quad (12)$$

Primeiramente, calcula-se y (equação 12), que diz respeito à assimetria desta distribuição. Com isto, estima-se ϕ pela equação 11, ηy com a equação 10 e, com base neste último valor e na média (μn) e desvio padrão (σn) dos dados transformados em logaritmos, o parâmetro β é estimado pela equação 9. Neste caso, a equação base para estimativa da variável hidrológica é dada por Haan (2002):

$$X_{TR} = e^{\mu n + K_{TR}.\sigma n} + \beta \quad (13)$$

Para avaliar a adequação estatística das distribuições, em todos os períodos estudados, utilizou-se o teste de K-S e λ^2, ao nível de 5% de significância, seguindo orientações de Ferreira (2005) e Naghettini & Pinto (2007).

RESULTADOS E DISCUSSÃO

Na Tabela 1apresenta-se a série histórica de vazão mínima média de sete dias para o rio Itabapoana e os modelos de probabilidades ajustados aos dados observados com seus respectivos parâmetros.

Tabela 1. Série histórica ordenada, frequência observada e calculada para diferentes distribuições.

			Gumbel		Weibull		Log 3P		
Ordem	**$Q_{7mín.méd.anual}$**	**$F_{não\text{-}excedência}$**	**P(x≤xi)**	**Fobs- Fcalc**	**P(x≤xi)**	**Fobs- Fcalc**	**KTR**	**Prob. (X<xi)**	**Fobs- Fcalc**
1	9,01	0,02439	0,08345	0,05906	0,08001	0,02095	-1,55	0,06012	0,03573
2	9,17	0,04878	0,08745	0,03867	0,08566	0,04699	-1,51	0,06597	0,01719
3	9,38	0,07317	0,09305	0,01988	0,09359	0,07371	-1,44	0,07436	0,00119
4	9,39	0,09756	0,09321	0,00435	0,09381	0,08946	-1,44	0,07460	0,02296
5	10,46	0,12195	0,12700	0,00505	0,14149	0,13645	-1,14	0,12806	0,00610
6	10,79	0,14634	0,13946	0,00688	0,15880	0,15192	-1,04	0,14826	0,00192
7	10,86	0,17073	0,14225	0,02849	0,16263	0,13415	-1,02	0,15277	0,01796
8	11,20	0,19512	0,15659	0,03853	0,18220	0,14367	-0,93	0,17594	0,01919
9	11,56	0,21951	0,17319	0,04632	0,20441	0,15810	-0,83	0,20241	0,01711
10	11,70	0,24390	0,18019	0,06371	0,21363	0,14992	-0,79	0,21341	0,03049
11	11,76	0,26829	0,18306	0,08523	0,21739	0,13216	-0,78	0,21790	0,05039
12	11,93	0,29268	0,19191	0,10077	0,22888	0,12810	-0,73	0,23161	0,06107
13	12,03	0,31707	0,19733	0,11974	0,23584	0,11611	-0,71	0,23993	0,07715
14	12,13	0,34146	0,20271	0,13875	0,24270	0,10395	-0,68	0,24810	0,09337
15	12,13	0,36585	0,20271	0,16314	0,24270	0,07956	-0,68	0,24810	0,11776
16	12,26	0,39024	0,20993	0,18032	0,25182	0,07150	-0,65	0,25895	0,13129
17	12,30	0,41463	0,21238	0,20225	0,25490	0,05265	-0,64	0,26261	0,15202
18	14,34	0,43902	0,35992	0,07911	0,42187	0,34276	-0,12	0,45360	0,01457
19	14,43	0,46341	0,36723	0,09618	0,42932	0,33314	-0,10	0,46168	0,00173
20	14,43	0,48780	0,36746	0,12034	0,42955	0,30921	-0,10	0,46193	0,02587
21	15,54	0,51220	0,47491	0,03729	0,53163	0,49434	0,17	0,56846	0,05626
22	15,66	0,53659	0,48681	0,04977	0,54220	0,49243	0,20	0,57903	0,04244
23	15,70	0,56098	0,49182	0,06915	0,54661	0,47745	0,21	0,58341	0,02244
24	15,94	0,58537	0,51717	0,06820	0,56857	0,50037	0,27	0,60503	0,01967
25	16,03	0,60976	0,52634	0,08342	0,57638	0,49296	0,29	0,61264	0,00288
26	16,64	0,63415	0,59354	0,04061	0,63165	0,59105	0,43	0,66517	0,03102
27	16,69	0,65854	0,59907	0,05947	0,63606	0,57659	0,44	0,66926	0,01072
28	16,79	0,68293	0,61030	0,07263	0,64495	0,57232	0,46	0,67748	0,00545
29	17,46	0,70732	0,68569	0,02162	0,70288	0,68125	0,61	0,72971	0,02240
30	17,66	0,73171	0,70784	0,02387	0,71941	0,69554	0,66	0,74423	0,01252
31	18,09	0,75610	0,75412	0,00197	0,75350	0,75153	0,75	0,77365	0,01755
32	18,24	0,78049	0,77055	0,00994	0,76550	0,75556	0,79	0,78385	0,00336
33	19,53	0,80488	0,88718	0,08230	0,85199	0,76969	1,06	0,85557	0,05069
34	20,44	0,82927	0,94423	0,11496	0,89965	0,78469	1,25	0,89445	0,06518
35	20,57	0,85366	0,95029	0,09663	0,90537	0,80874	1,28	0,89914	0,04548
36	20,70	0,87805	0,95597	0,07792	0,91094	0,83301	1,30	0,90373	0,02568
37	22,20	0,90244	0,99286	0,09043	0,95963	0,86921	1,60	0,94551	0,04307
38	22,26	0,92683	0,99346	0,06663	0,96097	0,89434	1,61	0,94673	0,01990
39	22,84	0,95122	0,99756	0,04634	0,97275	0,92641	1,73	0,95798	0,00676
40	23,57	0,97561	0,99946	0,02385	0,98328	0,95943	1,87	0,96903	0,00658

Na figura 1 apresentam-se as frequências estimadas pelos modelos de probabilidades em função dos dados observados de vazão mínima média de sete dias do rio Itabapoana, refletindo na precisão do ajuste das respectivas distribuições. Observa-se boa aderência das distribuições ajustadas às frequências observadas, especialmente da distribuição Weibull e log-normal 3P. Em todas as distribuições, é possível observar maior distância entre as frequências observadas e teóricas para os valores entre 0,2 e 0,4.

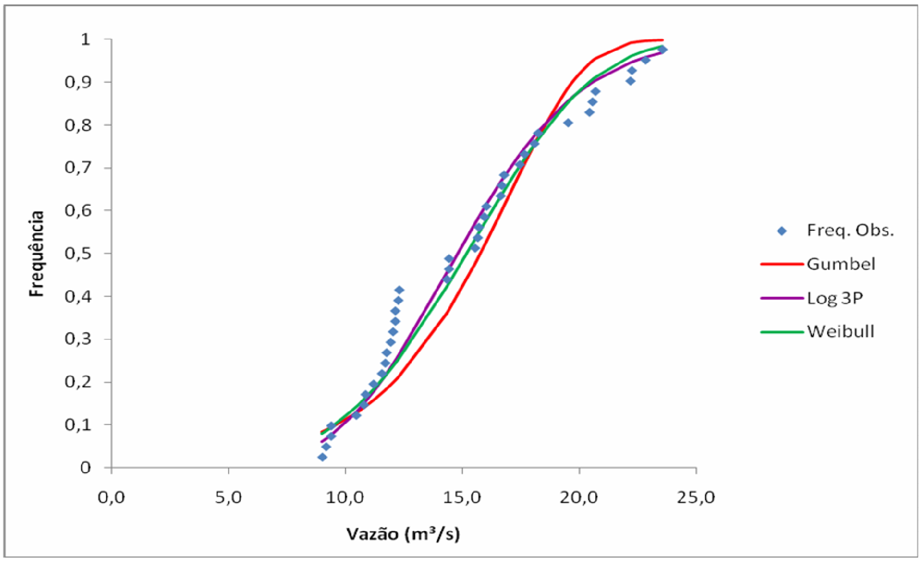

Figura 1 - Modelos de probabilidades ajustados aos dados observados de vazão mínima média de sete dias do rio Itabapoana.

Analisando-se a tabela 1e figura 1, verifica-se que a vazão mínima de sete dias consecutivos com tempo de retorno de 10 anos ($Q_{7,10}$), foi de 9,4 m³/s, o que corresponde a um rendimento específico de 3,294 L s^{-1} km^{-2}.

Na Tabela 2 apresentam-se os valores obtidos pelos testes de adequacidade de Kolmogorov-Smirnov e Qui-quadrado, ao nível de significância de 5%, para os diferentes modelos aplicados.

Tabela 2 – Resultados dos testes de aderência para as distribuições de probabilidades utilizadas na estimativa de vazão mínima média de 7 dias consecutivos para o rio Itabapoana.

	Kolmogorov-Smirnov		Qui-quadrado	
Distribuição	Δfcalc.máx	Δf tab.	Σλ²calc.máx	λ² tab.
Gumbel	$0{,}2023^{A}$	0,21	$1{,}3378^{A}$	9,488
Weibull	$0{,}1597^{A}$	0,21	$0{,}3031^{A}$	9,488
Log-Normal 3P	$0{,}1520^{A}$	0,21	$0{,}8168^{A}$	9,488

A – Adequabilidade do teste

Analisando-se o ajuste dos dados de vazão aos modelos de probabilidades aplicados (tabela 2), verifica-se pelo teste de Kolmogorov-Smirnov, que o valor de $\Delta f_{tabelado}$, com nível de significância de 5%, foi de 0.210. Com relação ao teste de Qui-quadrado, obteve-se graus de liberdade igual a 4 para os 3 modelos, obtidos após o agrupamento dos dados em classes. Assim, considerando um nível de significância de 5%, o valor de λ^2 tabelado foi de 9,488. Observa-se que os 3 modelos aplicados à série histórica foram adequados, tanto pelo teste de Kolmogorov-Smirnov, quanto pelo Qui-quadrado, devido ao fato dos valores calculados serem inferiores aos tabelados. Verifica-se também que o modelo Log-normal 3 parâmetros, apresentou menor valor calculado, pelo teste de Kolmogorov-Smirnov e o de Weilbull, pelo teste de Qui-quadrado. Como o teste de Qui-quadrado é considerado mais rigoroso que o anterior, constata-se superioridade da distribuição de Weilbull, para a série histórica estudada.

Silva et al. (2006), analisando a aplicação de modelos de probabilidade às séries históricas de vazões mínimas diárias anuais e mínimas anuais das médias de 7 dias consecutivos, para 7 estações fluviométricas à montante do reservatório da Usina Hidrelétrica de Camargos - CEMIG (UHE - Camargos), concluíram que as vazões mínima diária anual e média mínima de 7 dias, foram melhor representadas pelo modelo de probabilidades Log-normal 3 parâmetros.

Verifica-se na tabela 3 que a distribuição de probabilidade Weibull estimou a Q7.10 para a região da Ponte do rio Itabapoana em 9,54 m³/s sendo esta a melhor estimativa dentre as distribuições utilizadas, apresentando um erro percentual de 3,84%.

Tabela 3. Valores de $Q_{7.10}$ obtidos pelos modelos de distribuição de probabilidades aplicados aos dados observados e respectivos erros cometidos.

Modelo	$Q_{7,10}$ (m³/s)	Erro (%)
Gumbel Mínimos	9,63	4,5
Weibull	9,54	3,84
Log-Normal 3 P	9,95	23,5

CONCLUSÕES

Verificou-se que a distribuição Weibull, pelo teste de aderência de Qui-quadrado, foi a mais precisa na determinação da vazão mínima média de 7 dias do rio Itabapoana.

Foi estimada em 9,54 m³/s a Q7.10 para a região da Ponte do rio Itabapoana segundo o modelo de distribuição de probabilidade Weibull com um erro percentual de 3,84%.

REFERÊNCIAL BIBLIOGRÁFICO

BARBOSA, S. E. da S.; BARBOSA JÚNIOR, R. A.; SILVA, G. Q.; CAMPOS, E. N. B.; RODRIGUES, V. C. Geração de modelos de regionalização de vazões máximas, médias de longo período e mínimas de sete dias para a bacia do rio Carmo, Minas Gerais. **Engenharia Sanitária e Ambiental**, vol. 10 n.1. Rio de Janeiro, Jan./Mar. 2005.

FERREIRA, D. F. **Estatística básica**. Lavras: UFLA, 2005. 654 p.

HAAN, C. T. **Statistical methods in hydrology**. Ames: The Iowa State University, 2002. 2º edição. 377 p.

LANNA, A. E. Elementos de estatística e probabilidade. In: TUCCI, C.E.M. Hidrologia: ciência e aplicação. Porto Alegre: ABRH; UFRGS, 1993. p. 79-176.

NAGHETTINI, M.; PINTO, E.J.A**. Hidrologia Estatística**. Belo Horizonte:CPRM, 2007. 552p.

SILVA, A. M. da; OLIVEIRA, P. M. de; MELLO, C. R. de; PIERANGELI, C. Vazões mínimas e de referência para outorga na região do Alto Rio Grande, Minas Gerais. **Revista Brasileira de Engenharia Agrícola e Ambiental.** Campina Grande, PB, v.10, n.2, p.374–380, 2006.

SILVEIRA, A.; MOURA, R. M. P. de; ANDRADE, N. L. R. de. Determinação da Q7.10 para o rio Cuiabá, Mato Grosso, Brasil e comparação com a vazão regularizada após a implantação do reservatório de Aproveitamento Múltiplo de Manso. In: **XXX Congreso Interamericano de Ingeniería Sanitaria y Ambiental**, Punta del Este – Uruguay, 2006.

SILVINO, A. N. O.; SILVEIRA, A.; MUSIS, C. R.; WYREPKOWSKI, C. C. Determinação de vazões extremas para diversos períodos de retorno para o Rio Paraguai utilizando métodos estatísticos. **Geociências**, v. 26, n.4, p. 369-378, 2007. São Paulo, UNESP.

TUCCI, Carlos E.M. 2002. **Regionalização de vazões**. Editora da Universidade. UFRGS. 1ª edição. Porto Alegre.