

MODELAGEM DE RELAÇÃO HIPSOMÉTRICA PARA *Pinus caribaea* var. *hondurensis*

ANTÔNIO JOSÉ DA SILVA NETO¹, GABRIEL MARCOS DE OLIVEIRA², AYUNI LARRISSA MENDES SENA³, BÁRBARA MARIA RIBEIRO GUIMARÃES⁴, NATALINO CALEGARIO⁵

RESUMO

O objetivo deste trabalho foi verificar o desempenho de modelos tradicionalmente utilizados para estabelecimento de relação hipsométrica frente ao modelo logístico, em sua forma original e após a inclusão de variáveis do povoamento e de árvores individuais, na estimativa dos parâmetros do mesmo. Foram ajustados quatro modelos para estimativa de altura em de *Pinus caribaea* var. *hondurensis*, a partir de uma base de dados heterogênea quanto a idade dos plantios e aos índices de sítio. O modelo logístico foi ajustado em seu formato original e com a inclusão das covariáveis idade (Id), índice de sítio (IS), área basal (G) e diâmetro médio (Dq) na estimativa dos parâmetros assíntota (A) e inflexão (I) por meio da técnica de decomposição de parâmetros. Os modelos foram comparados com base em suas medidas de precisão, erro padrão residual (S_{yx} em metros) e análise gráfica de resíduos. Os resultados revelaram que modelos que utilizam outras variáveis explicativas do comportamento da altura, apresentam ajustes com qualidade superior, àqueles que se baseiam apenas no DAP. A inclusão de covariáveis na estimativa dos parâmetros do modelo logístico promoveu melhoria significativa da qualidade do ajuste do mesmo, frente ao ajuste feito na sua forma original. O modelo logístico modificado foi o que apresentou o melhor desempenho para estimativa da altura, em relação a todos os outros, sendo este recomendado para o estabelecimento de relação hipsométrica em base de dados caracterizadas por alta heterogeneidade.

Palavras-chave: modelos biológicos, covariáveis, relação altura-diâmetro.

INTRODUÇÃO

Relação hipsométrica é o artifício utilizado no meio florestal com o objetivo de estimar a altura de árvores, normalmente em função do diâmetro a 1,30 m do solo (DAP) a partir do uso de modelos de regressão. De acordo com Bartoszeck et al. (2002), essa é a forma mais econômica de obtenção da variável altura para todo o povoamento, em que a partir de um conjunto de dados de alturas das árvores medidas, com os respectivos diâmetros, se estabelece uma relação de regressão da altura sobre diâmetro, a qual é empregada para estimar as alturas das demais árvores da parcela em função dos diâmetros já medidos.

Tradicionalmente, são empregados para ajuste de relação hipsométrica modelos lineares e, eventualmente modelos não-lineares. Os modelos não-lineares, no entanto, podem ser vistos como uma forma mais fidedigna de representar o crescimento de variáveis biológicas, e seu emprego torna-se simplificado nos dias atuais devido o avanço da ciência computacional.

Contudo, em ambos os casos a variável DAP constitui a variável independente mais presentes nestes modelos. Entretanto, sabe-se que diversas outras variáveis afetam a relação altura-diâmetro, podendo ser destacadas: sítio (HÖKKÄ, 1997; FANG e BAILEY, 1998), idade (CURTIS, 1967; OMULE e MACDONALD, 1991), variação genética (KNOWE e FOSTER, 1998), tratos

¹ Mestrando em Engenharia Florestal, DCF/ UFLA, antoniojsnd@yahoo.com.br

² Mestrando em Engenharia Florestal, DCF/ UFLA, gabrielmvo@gmail.com

³ Mestranda em Engenharia Florestal, DCF/ UFLA, ayuni@gmail.com

⁴ Mestranda em Ciência e Tecnologia da Madeira, DCF/UFLA, bmrq2115@yahoo.com.br

⁵ Professor Adjunto, DCF/UFLA, calegari@dcf.ufla.br

silviculturais (ZHANG et al., 1997) e sistema de amostragem (ARABATZIS e BURKHART, 1992) apud Batista et al. (2001).

Desta forma, diversos estudos têm procurado verificar a acuracidade de modelos lineares utilizados para estimar altura de árvores em plantios florestais, relacionando esta variável a outras de fácil obtenção, além do DAP. Segundo Bartoszeck et al. (2002), estes são chamados modelos genéricos.

Segundo Barros et al. (2002), um aspecto positivo para inclusão dessas outras variáveis nos modelos hipsométricos é a melhoria nas medidas de precisão dos ajustes desses modelos, que tendem a ser superiores àqueles obtidos com o ajuste de modelos tradicionais, uma vez que os modelos genéricos apresentam como variáveis independentes, características inerentes ao povoamento que influenciam a relação altura/diâmetro.

Calegário et al. (2005), também mencionam que técnicas de decomposição dos parâmetros de modelos não-lineares com a inclusão de covariantes, relacionadas com árvores individuais e com o povoamento, podem melhorar a precisão destes modelos para relação hipsométrica. Ainda segundo o autor, o modelo logístico apesar de pouco utilizado com essa finalidade, apresenta bom desempenho, tendo como vantagem a sua fundamentação representativa do crescimento biológico e a interpretabilidade dos seus parâmetros.

Mediante ao exposto, este trabalho teve como objetivo comparar o desempenho de modelos comumente utilizados para relação hipsométrica com o modelo logístico, bem como verificar o efeito da inclusão de covariáveis no ajuste do mesmo, visando à estimativa da altura em povoamentos de *Pinus caribaea hondurensis*.

MATERIAL E MÉTODOS

Dados coletados

Neste trabalho foram utilizados dados da espécie *Pinus caribaea* var. *hondurensis*, provenientes da amostragem de 462 parcelas de área variável (120 a 700 m²) alocadas em quatro plantios distribuídos em cinco classes de sítio. Os plantios têm idade variando de 2,47 a 16,7 anos.

Foi mensurado o diâmetro a altura do peito (DAP) de 34500 árvores e, dentre essas, a altura de 12900 árvores distribuídas entre os plantios localizados nos diferentes sítios e com diferentes idades. Esse conjunto de variáveis foi utilizado para o ajuste dos diferentes modelos testados neste trabalho.

Análise dos dados

Na Tabela 1 é apresentada uma análise descritiva da base de dados, contendo as informações remanescentes aos dados de todas as parcelas, sendo: DAP, altura (H), altura média das árvores dominantes e codominante (Hdc) e número de plantas (N), idade (Id), índice de sítio (IS), área basal (G) e diâmetro médio (Dq). A Figura 1 apresenta a tendência do comportamento da altura em função do DAP.

Tabela 1 – Resumo descritivo dos dados

Parâmetro	DAP (cm)	H (m)	Hdc (m)	Id (anos)	N (pl/ha)	IS (m)	G (m²)	Dq (cm)
Média	14,97	10,65	12,99	6,55	1566,23	20,73	1,49	10,91
Desvio padrão	6,11	4,87	5,74	2,40	356,44	3,70	0,75	4,37
Mínimo	5,09	1,70	3,70	2,47	133,33	7,80	0,02	2,36
Máximo	46,15	34,50	31,17	16,7	2347,42	38,83	3,56	29,30

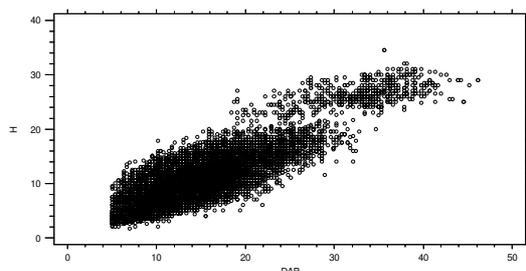


Figura 1 – Tendência da altura em função do DAP para toda a base de dados.

A partir dos dados acima, foram ajustados quatro modelos para relação hipsométrica, sendo dois lineares tradicionalmente utilizados na literatura, um modelo genérico também de uso recorrente e o modelo biológico não-linear conhecido como função ou modelo logístico. Porém para evitar problemas associado à transformação de variáveis o modelo genérico foi modificado para estimar diretamente o valor da altura no padrão métrico. Os modelos são descritos na Tabela 2.

Tabela 2 – Modelos clássicos utilizados para estimativa da altura.

Nome	Tipo	Modelo
Linear	Linear	$H_i = \beta_0 + \beta_1 DAP$
Polinômio	Linear	$H_i = \beta_0 + \beta_1 DAP + \beta_2 DAP^2$
Genérica (Scolforo 1993)	Não-linear + Linear múltiplo	$H_i = e^{[\beta_0 + \beta_1 \ln IS + \beta_2 / DAP - \beta_3 \ln(N / DAP) - \beta_4 / (Id \cdot DAP)]}$
Logística	Não-linear	$H_i = \frac{\beta_0}{1 + e^{\left(\frac{\beta_1 - DAP}{\beta_2}\right)}}$

No caso do modelo logístico, parâmetros relativos à assíntota (A) e a inflexão (I) foram decompostos e associados às variáveis à idade (Id), índice de sitio (IS), diâmetro médio quadrático (Dq) e área basal (G), quando apresentaram significância. Não foi associado efeito ao número de plantas (N) uma vez que a altura é pouco influenciada pela densidade de plantio. Não foi associado covariantes à escala (E) do modelo por essa ser menos influenciada pelas variáveis, além de dificultar a convergência do modelo. O modo de decomposição do modelo é apresentado na Equação 1.

$$H_i = \frac{\beta_0}{1 + e^{\left(\frac{\beta_1 - DAP}{\beta_2}\right)}} \quad \therefore \beta_j = \theta_{j0} + \theta_{j1} Id + \theta_{j2} IS + \theta_{j3} Dq + \theta_{j4} G \quad (1)$$

em que:

H_i = Altura estimada da i -ésima árvore.

β_j = Valor final do parâmetro, sendo Assíntota (A) para $j=0$ ou Ponto de inflexão (I) para $j=1$;

β_2 = Valor do parâmetro relativo à Escala (E).

θ_{j0} = Valor do intercepto para o j -ésimo parâmetro;

θ_{jn} = Efeitos associados à idade (Id), índice de sitio (IS), diâmetro médio quadrático (Dq), área basal (G) do j -ésimo parâmetro.

Segundo Calegario et al. (2005) a grande flexibilidade deste método está no fato de que as variáveis podem estar associadas a um parâmetro e não a outro, dependendo da sua significância.

Os modelos foram comparados com base em suas medidas de precisão a partir do erro padrão residual (S_{yx} em metros) e análise gráfica de resíduos. A significância dos parâmetros será determinada a partir de teste t . Parâmetros não significativos foram excluídos e o ajuste reprocessado. Para processamento dos dados e ajuste dos modelos foram utilizados os *softwares* Excel®, S-Plus® e StatGraphics®.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

A Tabela 3 mostra que os resultados dos ajustes dos quatro modelos testados para explicar a variação altura em função do DAP apresentaram parâmetros altamente significativos (valor-p <0,0001). Assim todos eles podem ser utilizados para a estimativa da altura. Quando considera-se o erro padrão residual (S_{yx}), pode-se notar que o modelo genérico apresenta-se superior, com apenas 1,25 m de erro. Enquanto o linear, parabólico e logístico apresentam erros de 2,59, 2,55, e 2,54 m, respectivamente. Isso ocorre uma vez que os modelos genéricos já incluem variáveis além do DAP que também explicam a variação da altura. Mesmo o modelo logístico com todo seu potencial não é capaz de explicar tanta variação apenas em função do DAP.

Tabela 3 – Estimativas e estatísticas dos parâmetros para os cinco modelos utilizados na representação da variação da altura em função da idade.

Modelo	Parâmetro	Valor	Erro padrão	Valor-t	Valor-p
Linear $S_{yx}=2,59m$	β_0	0,56965	0,0603	9,4523	<0,0001
	β_1	0,67357	0,0037	180,713	<0,0001
Parabólico $S_{yx}=2,55m$	β_0	2,86204	0,1223	23,4007	<0,0001
	β_1	0,39045	0,0137	28,4708	<0,0001
	β_2	0,00744	0,0003	21,4224	<0,0001
Logístico $S_{yx}=2,54m$	β_0	41,78890	0,9057	46,1407	<0,0001
	β_1	28,99210	0,5550	52,2383	<0,0001
	β_2	12,49820	0,1781	70,161	<0,0001
Genérico $S_{yx}=1,25m$	β_0	2,89600	0,0069	417,46	<0,0001
	β_1	0,04549	0,0003	145,68	<0,0001
	β_2	16,77000	1,1680	14,36	<0,0001
	β_3	6,71500	0,0307	218,92	<0,0001
	β_4	5,94300	0,0494	120,19	<0,0001

Ao analisar os gráficos de resíduos desses modelos (Figura 2), nota-se claramente que todos os modelos (linear, logístico, parabólico e genérico) são muito tendenciosos, com distribuições pouco uniformes e desbalanceadas, com tendência clara de subestimação das alturas no povoamento. Mesmo o modelo Genérico, que já inclui outras variáveis, não é capaz de explicar razoavelmente a altura. Portanto, o uso dessas equações para estimativas das alturas se torna limitado uma vez que não garante estimativas confiáveis da variável.

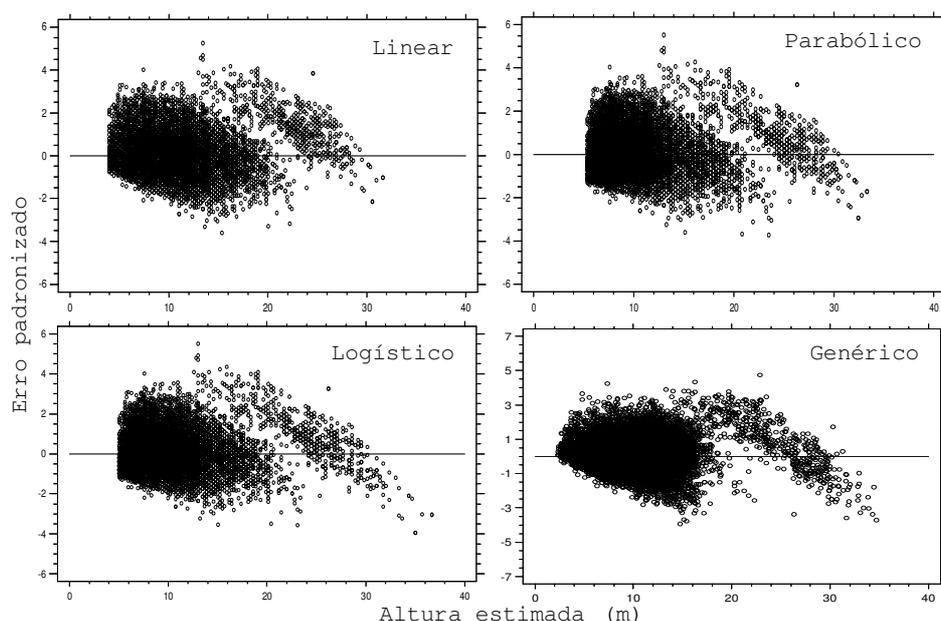


Figura 2 – Distribuição dos resíduos dos modelos testados

Em uma segunda situação, houve a inclusão das covariantes no modelo logístico, cujos valores e as significâncias dos parâmetros associados à assíntota e a inflexão do modelo são descritos na Tabela 4.

Tabela 4 - Parâmetros estimados para o modelo logístico com inclusão de covariantes e com suas respectivas estatísticas.

Parâmetro	Termo associado	Valor	Erro padrão	Valor-t	Valor-p
Assíntota (A)	β_0	-6,18924	0,27545	-22,47	<0,0001
	Id	1,57194	0,02563	61,34	<0,0001
	IS	0,43301	0,01132	38,26	<0,0001
	Dq	-0,06202	0,01655	-3,75	<0,0001
	G	0,69550	0,04569	15,22	<0,0001
Inflexão (I)	β_0	10,71695	0,60367	17,75	<0,0001
	Id	-0,62628	0,06148	-10,19	<0,0001
	IS	-0,29501	0,02265	-13,03	<0,0001
	Dq	0,69796	0,04301	16,23	<0,0001
	G	-0,98761	0,14164	-6,97	<0,0001
Escala (E)	-	5,83403	0,12085	48,27	<0,0001

De acordo com a Tabela 4, todas as covariantes, Id, IS, Dq e G influenciam significativamente os valores da assíntota e da inflexão. O modelo fica definido de acordo com a Equação 2. Sendo que o modelo apresentou um erro padrão residual (S_{yx}) de 1,27 m.

$$H_i = \frac{\theta_{j0} + \theta_{j1}Id + \theta_{j2}IS + \theta_{j3}Dq + \theta_{j4}G}{1 + e^{\left(\frac{\theta_{j0} + \theta_{j1}Id + \theta_{j2}IS + \theta_{j3}Dq + \theta_{j4}G - DAP}{E}\right)}} \quad (2)$$

Nota-se que o erro padrão residual (S_{yx}) do modelo logístico com covariantes quando comparado ao ajuste do mesmo apenas em função do DAP, apresentou uma redução de 50%. Ou ainda, a inclusão de mais variáveis dendrométricas garantiu melhor explicação da relação hipsométrica. No entanto, nota-se que o erro apresentado é tão baixo quanto o erro padrão da estimativa do modelo genérico. Porém deve-se observar o gráfico de resíduos que se encontra na Figura 3.

Pela análise da Figuras 3, verifica-se a considerável melhora na distribuição dos resíduos, em comparação com qualquer um dos modelos anteriores. Os resíduos apresentaram uma distribuição bem centralizada, balanceada e sem tendência, exceto por algumas poucas observações discrepantes. Mostrando que o modelo logístico com covariantes apresenta uma evidente superioridade aos demais.

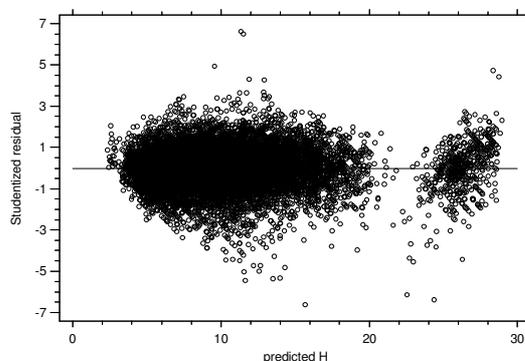


Figura 3 – Gráfico de resíduos do modelo logístico com inclusão de covariantes.

CONCLUSÕES

Os modelos hipsométricos tradicionais, lineares ou não, são ineficientes para estimativas da altura individual das árvores em base de dados heterogêneas. Sendo necessário lançar mão de modelos que incluam mais variáveis dendrométricas em sua composição para isso.

Os modelos genéricos por incluírem demais variáveis dendrométricas em suas expressões apresentam boas estatísticas de ajuste, porém podem não apresentar distribuições de resíduos satisfatórias.

A inclusão de covariantes dendrométricas nos parâmetros do modelo logístico apresentou-se como uma técnica muito eficiente para a estimativa da altura em base de dados muito heterogênea. Apresentando bom ajuste, baixo erro padrão residual e boa distribuição de resíduos.

BIBLIOGRAFIA

BARROS, D. A. de, MACHADO, S. A., ACERBI JÚNIOR, F. W., SCOLFARO, J. R. S. Comportamento de Modelos Hipsométricos Tradicionais e Genéricos para Plantações de Pinus oocarpa em Diferentes Tratamentos. **Bol. Pesq. FI. Colombo**, n.45, jul./dez. p.3-28. 2002.

BARTOSZECK, A. C. de P e S., MACHADO, S. do A., FIGUEIREDO FILHO, A. OLIVEIRA, E. B. de. Modelagem da Relação Hipsométrica para Bracatingais da Região Metropolitana de Curitiba – PR. **FLORESTA**, v.32, n.2, p. 189-204, 2002.

BATISTA, J.L. F; COUTO, H. T. Z; MARQUESINI, M. Desempenho de modelos de relações hipsométricas: estudo em três tipos de florestas. **Scientia forestalis**, n. 60, p. 149-163, dez. 2001.

CALEGARIO, N.; CALEGARIO, C. L. L.; MAESTRI, R.; DANIELS, R. F. Melhoria da qualidade de ajuste de modelos biométricos florestais pelo emprego da teoria dos modelos não lineares generalizados. **Scientia Forestalis**, Piracicaba, v. 69, p. 51-60, 2005.